

Rzeszów, 20.11.2024 r.

Politechnika Rzeszowska im. Ignacego Łukasiewicza

Wydział Matematyki i Fizyki Stosowanej

## Streszczenie rozprawy doktorskiej

TECHNIKA MIAR NIEZWARTOŚCI W ZASTOSOWANIU DO BADANIA ROZWIĄZAŃ  
NIESKOŃCZONYCH UKŁADÓW RÓWNAŃ CAŁKOWYCH NA PRZEDZIALE  
NIEOGRANICZONYM

Autor: mgr Justyna Madej

Promotor: prof. dr hab. Józef Banaś

Rozprawa doktorska poświęcona jest badaniu rozwiązań nieskończonych układów kwadratowych równań całkowych Hammersteina i Urysohna w przestrzeniach funkcji ciągłych i ograniczonych na przedziale  $\mathbb{R}_+ = [0, \infty)$  o wartościach w ciągłych przestrzeniach Banacha.

Główne wyniki przedstawione w pracy zawarte są w Twierdzeniach 3.5, 4.4 i 5.2. Podstawowym narzędziem wykorzystywanym w przedkładanej pracy są miary niezwartości. Dzięki nim oraz twierdzeniom o punktach stałych jesteśmy w stanie udowodnić wiele twierdzeń egzystencjalnych dotyczących nieskończonych układów równań całkowych. W dowodach wykorzystujemy dwa twierdzenia o punktach stałych. Pierwszym z nich jest klasyczna zasada Schaudera dotycząca operatorów ciągłych określonych na zbiorze zwartym. Drugim natomiast jest twierdzenie Darbo stanowiące uogólnienie wspomnianego wyżej twierdzenia Schaudera.

W rozdziale trzecim rozważamy nieskończony układ kwadratowych równań całkowych Urysohna postaci

$$x_n(t) = a_n(t) + f_n(t, x_1(t), x_2(t), \dots) \int_0^\infty u_n(t, \tau, x_1(\tau), x_2(\tau), \dots) d\tau \quad (1)$$

dla  $t \in \mathbb{R}_+$  oraz  $n = 1, 2, \dots$ .

Badania prowadzimy w przestrzeni  $BC(\mathbb{R}_+, c_0)$  funkcji ciągłych i ograniczonych na dodatniej półosi rzeczywistej o wartościach w przestrzeni  $c_0$ .

Rozdział czwarty poświęcony jest badaniu istnienia rozwiązań nieskończonego układu równań całkowych Urysohna (1). Tym razem rozwiązań poszukujemy w przestrzeni  $BC(\mathbb{R}_+, l_\infty)$  złożonej ze wszystkich funkcji  $x : \mathbb{R}_+ \rightarrow l_\infty$  ciągłych i ograniczonych na  $\mathbb{R}_+$ . Wykorzystując odpowiednio określoną miarę niezwartości w tej przestrzeni jesteśmy w stanie nie tylko udowodnić istnienie rozwiązań tego układu, ale także scharakteryzować jego rozwiązania pod kątem asymptotycznej stabilności.

Rozdział piąty stanowi szczególny przypadek Rozdziału 4. Poszukujemy asymptotycznie stabilnych rozwiązań nieskończonego układu kwadratowych równań całkowych Hammersteina postaci

$$x_n(t) = a_n(t) + f_n(t, x_1(t), x_2(t), \dots) \int_0^\infty g_n(t, \tau) h_n(\tau, x_1(\tau), x_2(\tau), \dots) d\tau, \quad (2)$$

dla  $t \in \mathbb{R}_+$  oraz  $n = 1, 2, \dots$ .

Podobnie jak wcześniej rozważania prowadzimy w przestrzeni  $BC(\mathbb{R}_+, l_\infty)$ .

W pracy zwracamy dużą uwagę na pokazanie, że nieskończone układy równań całkowych znajdują zastosowanie w różnych zagadnieniach. W związku z tym rozdział szósty pracy poświęcamy omówieniu konkretnego przykładu zastosowania nieskończonego układu równań całkowych do modelowania procesu stochastycznego urodzin i śmierci. Efektem przedstawionych rozważań jest pewien problem otwarty dotyczący istnienia rozwiązań wspomnianego układu.