Politechnika Rzeszowska im. Ignacego Łukasiewicza
Wydział Matematyki i Fizyki Stosowanej

Rzeszów, 18.10.2026

Streszczenie rozprawy doktorskiej

Tytuł: Rozwiązania nieliniowych kwadratowych równań całkowych Hammersteina-Stieltjesa zbieżne w nieskończoności do granic właściwych

Autor: mgr Justyna Szczupiel
Promotor: prof. dr hab. Józef Banaś

Rozprawa doktorska poświęcona jest badaniu istnienia rozwiązań nieliniowych kwadratowych równań całkowych Hammersteina typu Riemanna-Stieltjesa, określonych na dodatniej półosi rzeczywistej $\mathbb{R}_+ = [0, \infty)$. Głównym celem pracy jest ustalenie warunków gwarantujących istnienie rozwiązań rozważanych równań oraz określenie ich zachowania w nieskończoności. W szczególności badane jest istnienie rozwiązań zbieżnych do zera oraz rozwiązań zbieżnych do granic właściwych, niekoniecznie równych zeru.

Rozważania prowadzone są w przestrzeni Banacha $BC(\mathbb{R}_+)$, złożonej z funkcji rzeczywistych, ciągłych i ograniczonych na $\mathbb{R}_+$. Podstawowymi narzędziami wykorzystywanymi w pracy są odpowiednio dobrane miary niezwartości oraz twierdzenie Darbo o punkcie stałym.

W początkowych rozdziałach rozprawy przedstawione zostały podstawowe pojęcia i wyniki z zakresu analizy funkcjonalnej, teorii funkcji o wahaniu ograniczonym oraz całki Riemanna-Stieltjesa. Szczególną uwagę poświęcono własnościom funkcji o wahaniu ograniczonym i całce Riemanna-Stieltjesa na przedziale nieograniczonym. Omówiono również wybrane miary niezwartości, w szczególności miary określone w przestrzeni $BC(\mathbb{R}_+)$, wykorzystywane w dalszej części pracy.

Główne wyniki rozprawy dotyczą nieliniowego kwadratowego równania całkowego Hammersteina-Stieltjesa postaci

$$x(t) = a(t) + f(t, x(t)) \int_0^\infty g(t, s)h(s, x(s))d_sK(t, s), \quad t \in \mathbb{R}_+.$$

W pierwszej kolejności przedstawiono warunki gwarantujące istnienie co najmniej jednego rozwiązania rozważanego równania, które dąży do zera w nieskończoności. Następnie rozważania rozszerzono na rozwiązania zbieżne w nieskończoności do granic właściwych, niekoniecznie równych zeru. W obu przypadkach dowody opierają się na zastosowaniu odpowiednich miar niezwartości oraz twierdzenia Darbo o punkcie stałym.

W pracy przedstawiono również przykłady ilustrujące możliwość zastosowania uzyskanych wyników do konkretnych równań całkowych. Przyjęte założenia pozwalają między innymi rozpatrywać całki Riemanna-Stieltjesa względem funkcji o wahaniu ograniczonym, bez konieczności zakładania ich monotoniczności.
Rozprawę kończy podsumowanie otrzymanych rezultatów oraz wskazanie możliwych kierunków dalszych badań nad rozwiązywalnością nieliniowych równań całkowych typu Hammersteina-Stieltjesa.