

POLITECHNIKA RZESZOWSKA IM. IGNACEGO ŁUKASIEWICZA

WYDZIAŁ BUDOWY MASZYN I LOTNICTWA

ROZPRAWA DOKTORSKA

**SYNTEZA RUCHU MOBILNEGO ROBOTA Z
KOŁAMI MECANUM**

mgr inż. Maciej Kołodziej

Promotor: prof. dr hab. inż. Zenon Hendzel

Promotor pomocniczy : dr inż. Paweł Penar

Rzeszów 2024

Spis treści

I.	Wprowadzenie	3
I.1	Przegląd literatury	3
I.2	Motywacja	7
I.3	Teza pracy	8
I.4	Wkład do aktualnego stanu nauki	8
I.5	Publikacje	9
I.6	Zawartość pracy	9
II.	Podstawy teoretyczne	11
II.1	Stabilność nieliniowych układów dynamicznych	11
II.2	Układy sterowania o zmiennej strukturze	12
II.3	Sterowanie neuronowe	16
II.4	Układ nadmiarowy	19
III.	Obiekt badań.....	21
III.1	Czterokołowy robot mobilny	21
III.2	Opis kinematyki mobilnego robota.....	22
III.3	Zadanie odwrotne kinematyki.....	28
III.3.1	Zadany tor ruchu prostoliniowego.....	28
III.3.2	Zadany tor ruchu w kształcie okręgu.....	31
III.4	Dynamiczne równania ruchu robota	34
III.4.1	Opis ruchu równaniami Maggiego	35
IV.	Identyfikacja parametryczna	39
IV.1	Identyfikacja parametryczna metodą adaptacyjną	39
IV.2	Metoda wsadowa.....	45
IV.3	Walidacja.....	46
IV.4	Wnioski	50

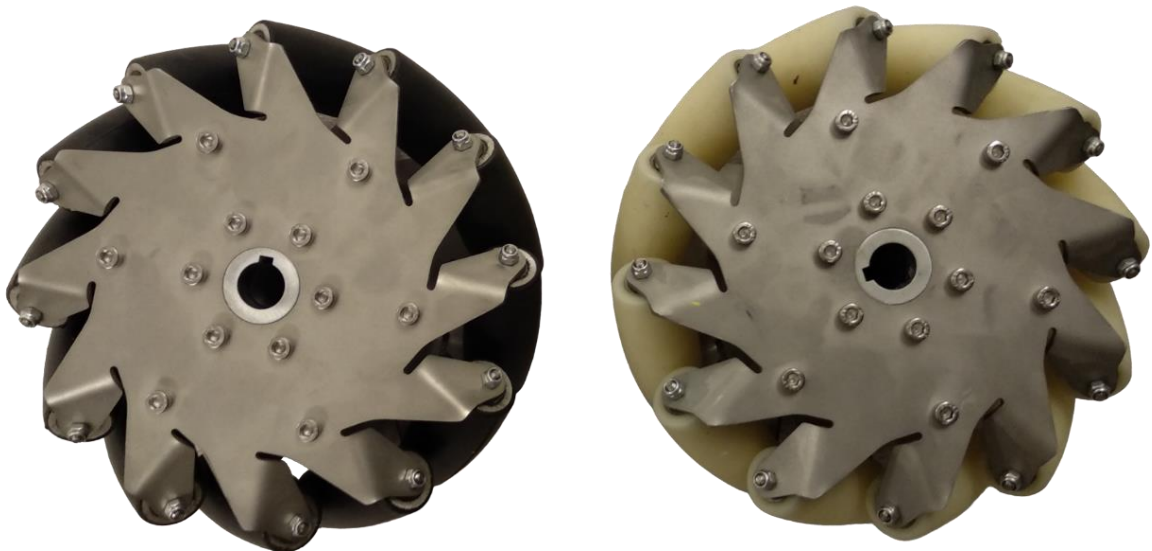
V. Sterowanie ruchem nadążnym robota.....	51
V.1 Sterowanie odporne	52
V.1.1 Synteza sterowania odpornego	52
V.1.2 Badania symulacyjne ruchu robota.....	54
V.1.3 Wnioski	79
V.2 Sterowanie neuronowe	80
V.2.1 Synteza sterowania neuronowego.....	80
V.2.2 Badania symulacyjne ruchu robota.....	82
V.2.3 Wnioski	105
VI. Badania doświadczalne	107
VI.1 Stanowisko szybkiego prototypowania.....	107
VI.1.1 Realizacja układu pomiarowego	109
VI.2 Weryfikacja sterowania odpornego.....	110
VI.3 Weryfikacja sterowania neuronowego	123
VI.4 Wnioski.....	134
VII. Podsumowanie i kierunki dalszych badań.....	137
VIII. Bibliografia.....	143

I. Wprowadzenie

W niniejszej pracy przedstawiono syntezę ruchu nadążnego z zastosowaniem sterowania odpornego i neuronowego z uwzględnieniem niedokładności modelowania i zmiennych warunków pracy mobilnego robota kołowego z kołami mecanum (*MRKM*) jako układu dynamicznego nadmiarowego (overactuated).

I.1 Przegląd literatury

Zaprojektowane przez Bengta Ilona koło Mecanum [35], stanowi przełom w dziedzinie robotyki mobilnej, oferując zdolność do ruchu omnikierunkowego. Kluczowe cechy konstrukcyjne koła (rys. I.1), takie jak ułożenie rolek pod kątem 45° względem osi obrotu, umożliwiają robotom wykonywanie ruchów w dowolnym kierunku bez zmiany kąta obrotu ramy robota, umożliwiając nowe możliwości w zakresie manewrowania i efektywności ruchu. Szerokie wykorzystanie robotów mobilnych w różnych gałęziach przemysłu [67], szczególnie w sektorze magazynowania [4, 10, 14, 74], powoduje duże zainteresowanie kołami mecanum.



Rys. II.1. Koła mecanum

Klasyczne podejście stosowane do wyprowadzenia równań dynamiki modelu robota stosując równania Lagrange'a II rodzaju przedstawiono w pracach [23, 44, 79]. W pracy [76] autorzy prezentują podejście oparte na równaniach Chaplygina, aby dokładnie zamodelować zachowanie robota pod wpływem ograniczeń wynikających z unikalnych warunków toczenia kół mecanum. W publikacji [29] zaprezentowano podejście oparte na równaniach Maggiego, formie korzystnej w syntezy algorytmów sterowania nadążnego, eliminujące mnożniki Lagrange'a z równań dynamiki.

W ostatnich latach w wielu ośrodkach badawczych prowadzone są badania dotyczące algorytmów sterowania robotami z kołami mecanum, jednakże większość

proponowanych metod opiera się na teorii, bez rzeczywistej weryfikacji algorytmów sterowania.

Klasycznym podejściem jest sterowanie nadążne *MRKM* oparte na płaszczyźnie ślizgowej. W artykule [46] zaprezentowano podejście do sterowania nadążnego *MRKM* poprzez integrację technik adaptacyjnego sterowania siecią neuronową i sterowania ślizgowego. Artykuł oferuje obiecujące rozwiązanie, skupiające się na niepewnościach modelowania oraz zakłóceniach zewnętrznych, kluczowych dla zastosowań w rzeczywistych aplikacjach. Jednakże, opieranie się na sieciach neuronowych rodzi pytania o wydajność obliczeniową i praktyczną wdrażalność, szczególnie w środowiskach o ograniczonych zasobach. Walidacja eksperymentalna, znacząco zwiększyłaby wiarygodność i zastosowanie proponowanej metody sterowania. Autorzy w pracy [60] zaproponowali układ sterowania, stanowiący rozwinięcie metody sterowania ślizgowego poprzez zastosowanie nieosobliwego sterowania ślizgowego *MRKM*. Algorytm demonstruje dokładność realizacji zadania sterowania nadążnego i odporność na zakłócenia, zweryfikowaną poprzez obszerne wyniki eksperymentalne. Chociaż artykuł przekonująco prezentuje korzyści płynące z zaproponowanego algorytmu, złożoność prawa sterowania i dostrojenie parametrów mogą stanowić wyzwania dla praktyków. Dalsze badania nad uproszczeniem procesu wyboru parametrów sterowania mogłyby uczynić to podejście bardziej dostępnym. Metodę porównano z konwencjonalnymi regulatorami ślizgowymi, jednak analiza w stosunku do innych nowoczesnych algorytmów sterowania była by bardzo wskazana. Adaptacyjny odporny algorytm ślizgowy przedstawiony został w pracy [3], porównanie z regulatorem PID dostarcza cennych informacji, jednak włączenie scenariuszy wdrożenia w rzeczywistych aplikacjach i ich wyzwań zwiększyłoby trafność artykułu dla praktycznych zastosowań. W publikacji [69] przedstawiono projekt adaptacyjnego regulatora ślizgowego *MRKM*, koncentrując się na osiągnięciu wysokiej realizacji zadania sterowania nadążnego oraz odporności układu. Przyjęcie powierzchni ślizgowej proporcjonalno-różniczkowo-całkującej jest nowatorskim podejściem, efektywnie adresującym wymagania dotyczące odporności. Walidacja eksperymentalna podkreśla skuteczność algorytmu sterowania. W pracy [70] zaprezentowano sterowanie impedancyjne z integralnym sterowaniem ślizgowym, aby zwiększyć odporność i dokładność. To podejście nie tylko zapewnia odporne sterowanie nadążne, ale także skutecznie zarządza siłami interakcji, co jest kluczowe w dynamicznych środowiskach. Metodologia jest dobrze uzasadniona symulacjami Matlab/Simulink i eksperymentami na rzeczywistych robotach, dostarczając mocnej walidacji proponowanej strategii sterowania. Jednakże, złożoność połączonej strategii sterowania może stanowić wyzwania implementacyjne, szczególnie pod względem zasobów obliczeniowych i przetwarzania w czasie rzeczywistym. Dalsze badania nad optymalizacją algorytmu sterowania pod kątem efektywności mogłyby znacząco zwiększyć jego praktyczną stosowalność. Dodatkowo, porównanie z innymi zaawansowanymi strategiami sterowania byłoby korzystne, aby wyraźniej określić zalety tego podejścia. Inną implementację regulatora ślizgowego przedstawiono w pracy [13], zastosowano podejście oparte na układzie współrzędnych biegunowych. Artykuł przedstawia interesującą perspektywę na strategię sterowania poprzez uproszczenie

modelu kinematycznego i potencjalne zmniejszenie obciążenia obliczeniowego związanego ze współrzędnymi kartezjańskimi. Godna uwagi jest zdolność proponowanej metody do realizacji dowolnych trajektorii i radzenia sobie z dużymi błędami nadążania. Jednakże, w artykule brakuje kompleksowego porównania z innymi nowoczesnymi metodami sterowania nadążnego obiektami nieliniowymi. W artykule [49] zaproponowano hybrydowe sterowanie PD z prawem sterowania ślizgowego. Ta kombinacja ma na celu wykorzystanie prostoty i łatwości sterowania PD w połączeniu z odpornością sterowania ślizgowego na zakłócenia i niedokładności modelowania. Artykuł skutecznie demonstruje wyższą wydajność prawa sterowania w porównaniu z tradycyjnym regulatorem PD, szczególnie w warunkach niepewności i zmiennych obciążeniach. Sterowanie ślizgowe połączone z rozszerzonym obserwatorem stanu w pracy [75]. W artykule omówiono integrację ślizgowego obserwatora stanu do szacowania nieznanymi zakłóceń i niedokładności modelu, zwiększając skuteczność w realizowaniu zadania sterowania nadążnego. Podejście to adresuje znaczące wyzwanie w sterowaniu robotów mobilnych, oferując obiecujące rozwiązanie dla osiągnięcia wysokiej precyzji śledzenia w obecności zakłóceń parametrycznych. Wyniki symulacji i eksperymentów demonstrują wydajność metody w porównaniu z tradycyjnym sterowaniem PID, podkreślając jego potencjał dla zastosowań praktycznych. Jednak artykuł mógłby zostać ulepszony przez dostarczenie bardziej szczegółowej analizy projektu obserwatora i jego wpływu na ogólną stabilność systemu.

Innym stosowanym podejściem jest sterowanie predykcyjne oparte na modelu (MPC). W pracy [42] zaprezentowano podejście do zadania sterowania nadążnego robota z kołami mecanum z wykorzystaniem adaptacyjnego MPC, optymalizowanego algorytmem genetycznym. Praca skupia się na złożoności dynamiki i niepewności występujących w omnikierunkowych robotach. W pracy przedstawiono adaptacyjną regulację parametrów dziedziny czasu na podstawie krzywizny trajektorii robota. Jednakże, poleganie na samych symulacjach w Matlabie, pozostawia lukę w demonstracji skuteczności podejścia w scenariuszach rzeczywistych warunków pracy robota szczególnie pod kątem efektywności obliczeniowej dla aplikacji czasu rzeczywistego. Inną implementacją MPC przedstawiono w publikacji [68], podkreślona została zwiększona manewrowość układu oraz potencjał do realizowania złożonych trajektorii. Przedstawiony został model kinematyczny robota oraz zastosowano sterowanie MPC z ograniczeniami systemu. W pracy nie poruszono tematu skalowania zaprezentowanej strategii sterowania dla robotów o różnych rozmiarach i wagach. Połączenie uczenia ze wzmocnieniem i MPC w zadaniu sterowania nadążnego *MRKM* zaproponowano w pracy [77]. Autorzy wykorzystują algorytm online uczenia synchronicznego aktora-krytyka w obecności zakłóceń zewnętrznych. Praca wyróżnia się ze względu na potencjał dynamicznej adaptacji do zmiennych warunków pracy, aczkolwiek złożoność algorytmu uczenia stawia pytanie o efektywności algorytmu w aplikacji czasu rzeczywistego. Inne ciekawe podejście do MPC przedstawiono w artykule [38]. Autorzy wprowadzają sterowanie tolerujące awarie dla *MRKM*, wykorzystując nieliniowe MPC do zarządzania awariami układów wykonawczych. Praca przedstawia holistyczne podejście do tolerancji awarii, łącząc wykrywanie awarii, aktualizację modelu dynamicznego oraz sterowanie

predykcyjne, aby zapewnić integralność operacyjną w przypadku wielu scenariuszy awarii. Zdolność metodyki do dynamicznego dostosowania się do awarii układów wykonawczych prezentuje potencjał algorytmu w złożonych aplikacjach. Niemniej jednak, złożoność implementacji tak zaawansowanego systemu w aplikacjach czasu rzeczywistego rodzi pytania dotyczące wymagań obliczeniowych i skalowalności. Algorytm odporny MPC przedstawiono w pracy [24]. Autorzy zakładają liniowość modelu kinematyki i dynamiki robota, co może nie oddawać wszystkich nieliniowości obiektu. W publikacji [22] przedstawiono projektowanie układu sterowania *MRKM* o dużej wytrzymałości, podkreślając syntezę modelu matematycznego do analizy zachowania systemu podczas pracy pod ciężkimi obciążeniami. Przyjęto MPC zamiast tradycyjnego sterowania PID do sterowania. Zaprezentowano syntezę modelu oraz przeprowadzono analizę porównawczą z regulatorem PID. Niemniej jednak, praca kończy się na badaniu wyzwań implementacyjnych w czasie rzeczywistym oraz skuteczności strategii sterowania w radzeniu sobie z nieliniową dynamiką i nieprzewidywanymi zakłóceniami.

Zaproponowane zostało również podejście oparte na sieciach neuronowych. W pracy [61] przedstawiono badania nad wykorzystaniem sieci neuronowych do sterowania ruchem robota z kołami Mecanum. Proponowana metoda, oparta na teorii stabilności Lapunowa, umożliwia realizację zadania sterowania nadeżnego poprzez adaptacyjne sterowanie neuronowe. Użycie środowiska MATLAB/Simulink do symulacji oraz karty kontrolno-pomiarowej dSpace DS1103 do walidacji eksperymentalnej podkreśla rygorystyczne podejście do weryfikacji skuteczności algorytmu. Przyszłe badania mogłyby skorzystać na rozszerzeniu eksperymentów weryfikacyjnych, szczególnie w środowiskach z występującymi zakłóceniami. W artykule [15] przedstawiono projekt sterowania adaptacyjnego opartego na sieciach neuronowych z pełnymi ograniczeniami stanu. Stabilność rozwiązania potwierdzono stosując metodę Lapunowa. Jednak złożoność proponowanego algorytmu sterowania oraz jego wymagania obliczeniowe mogą stanowić wyzwanie dla implementacji w czasie rzeczywistym. Przyszłe badania mogłyby skupić się na uproszczeniu algorytmu i przeprowadzeniu obszernych eksperymentów na obiektach rzeczywistych, aby zweryfikować jego wydajność w różnych scenariuszach. W pracy [55] przedstawiono dyskretny inteligentny algorytm sterowania nadeżnego *MRKM*, oparty na jednowarstwowej sieci online z adaptacyjnym regulatorem krytycznym. Jednak artykuł mógłby skorzystać na bardziej bezpośrednim porównaniu z tradycyjnymi metodami sterowania w kontekście zarówno teoretycznym, jak i eksperymentalnym, aby lepiej zilustrować przewagi i potencjalne ograniczenia proponowanego podejścia. Przyszłe badania mogłyby również zbadać zastosowanie tego algorytmu w bardziej zróżnicowanych środowiskach operacyjnych oraz jego skalowalność do różnych typów robotów mobilnych. Samoorganizujące się rozmyte sieci neuronowe jako aproksymator nieliniowości robota wynikające z modelowania przedstawiono w pracy [78]. Pomimo potencjału tej metody, artykuł mógłby skorzystać na bardziej szczegółowym porównaniu z konwencjonalnymi metodami sterowania, aby lepiej zrozumieć jej relatywne zalety. W publikacji [47] przedstawiono projekt regulatora neuronowego dla *MRKM*, kładąc nacisk na prostotę struktury regulatora przy zachowaniu

dobrej wydajności w czasie rzeczywistym. Podejście zakłada wykorzystanie dwuwarstwowej sieci neuronowej do sterowania nadążnego. Jednak, aby w pełni ocenić potencjał tego podejścia, ważne byłoby przeprowadzenie bardziej zróżnicowanych testów eksperymentalnych, zwłaszcza w dynamicznych i nieprzewidywalnych środowiskach. Przyszłe prace mogłyby również skupić się na porównaniu wydajności sterowania siecią neuronową z innymi zaawansowanymi metodami sterowania w celu dokładniejszego zrozumienia jego zalet i ograniczeń. Inne podejście przedstawiono w [48]. Autorzy proponują algorytm sterowania oparty na rozmytej sieci neuronowej opartej na kwaternionach dla *MRKM*. Ich metodyka umożliwia zaprojektowane predykcyjnego regulatora, demonstrując potencjał w redukcji czasu adaptacji parametrów sieci. Chociaż wyniki symulacji potwierdzają skuteczność algorytmu, badanie zyskałoby na wartości dzięki eksperymentalnej weryfikacji w rzeczywistych warunkach, co potwierdziłoby jego praktyczną stosowalność. Praca ta nie zawiera porównawczej analizy z istniejącymi metodami sterowania, co mogłoby podkreślić jej względne zalety lub ograniczenia.

W ostatnich latach, badania w tematyce sterowania nadążnego *MRKM* skoncentrowały się na rozwijaniu zaawansowanych algorytmów sterowania, takich jak sterowanie ślizgowe, sterowanie predykcyjne oparte na modelu oraz wykorzystanie sieci neuronowych do kompensacji zakłóceń i niedokładności modelu. Podejścia oparte na sterowaniu ślizgowym, takie jak nieosobliwe sterowanie ślizgowe i adaptacyjne odporny algorytm ślizgowy wykazują obiecującą dokładność realizacji zadania sterowania nadążnego i odporność na zakłócenia, jednak ich złożoność i wymagania dotyczące dostrojenia parametrów stanowią wyzwanie dla praktycznej implementacji. Sterowanie predykcyjne oparte na modelu z adaptacyjnym dostosowaniem parametrów oferuje zwiększoną manewrowość i potencjał do realizacji złożonych trajektorii, lecz jego skuteczność w rzeczywistych warunkach operacyjnych jest często ograniczona przez wymagania obliczeniowe. Z kolei podejścia wykorzystujące sieci neuronowe do sterowania *MRKM*, choć obiecujące w teorii stabilności Lapunowa i adaptacyjnym sterowaniu neuronowym, często pozostawiają luki w walidacji eksperymentalnej, co ogranicza ich praktyczną stosowalność. Wszystkie omówione metody wykazują potencjał w teoretycznych analizach i symulacjach, lecz wspólną luką w badaniach jest brak wystarczającej walidacji eksperymentalnej w rzeczywistych scenariuszach operacyjnych, co jest kluczowe dla potwierdzenia ich efektywności i praktycznej wdrażalności. Dalsze badania powinny skupić się na zwiększeniu intensywności eksperymentów w środowiskach rzeczywistych, aby zweryfikować rozważania teoretyczne i umożliwić stosowanie zaawansowanych strategii sterowania w aplikacjach rzeczywistych.

I.2 Motywacja

Motywacja do napisania tej pracy doktorskiej zrodziła się z obserwacji istniejących ograniczeń w dziedzinie mobilnej robotyki, szczególnie w kontekście ruchu omniskierunkowego i jego implementacji w robotach z kołami Mecanum. Obecne rozwiązania, choć innowacyjne, często są wymagające obliczeniowo, co stawia pod znakiem zapytania ich efektywność i praktyczność w zastosowaniach wymagających

pracy w czasie rzeczywistym. Dodatkowo, wiele z tych systemów nie zostało jeszcze w pełni przetestowanych na obiektach rzeczywistych, co utrudnia ich aplikację w realnych scenariuszach.

Jednym z kluczowych celów tej pracy jest zatem opracowanie i zweryfikowanie na obiekcie rzeczywistym metod sterowania, które będą nie tylko skuteczne w realizowaniu zadania sterowania nadążnego, ale również mniej obciążające obliczeniowo. Dzięki temu roboty wyposażone w koła Mecanum będą mogły działać bardziej efektywnie w czasie rzeczywistym, co znacząco poszerzy ich możliwości aplikacyjne. Znalezienie równowagi między zaawansowanymi algorytmami sterowania a wymaganiami obliczeniowymi jest kluczowe dla zwiększenia praktyczności mobilnych robotów w przemysłowych, medycznych, a także badawczych zastosowaniach.

I.3 Teza pracy

Algorytmy sterowania nadążnego takie jak sterowanie odporne czy sterowanie neuronowe są wydajne obliczeniowo, co jest zaletą w aplikacjach czasu rzeczywistego jaką jest *MRKM*. Podstawy teoretyczne dotyczące tych algorytmów zostały szeroko opisane w literaturze. Dlatego mając na uwadze obecny stan wiedzy dotyczący sterowania nadążnego, zauważa się braki w implementacji wydajnych obliczeniowo rozwiązań, efektywnych w czasie rzeczywistym, oraz weryfikację takich rozwiązań na obiekcie rzeczywistym w zmiennych warunkach pracy.

Co prowadzi do sformułowania tezy:

„Zastosowanie obliczeniowo wydajnych metod sterowania odpornego i neuronowego mobilnym robotem z kołami mecanum napędzanego nadmiarowo, umożliwiło realizację ruchu nadążnego z dużą dokładnością, pomimo występowania zmiennych warunków pracy robota”.

I.4 Wkład do aktualnego stanu nauki

Niniejsza praca przedstawia wkład do zagadnień mechatroniki, skupiając się na syntezie ruchu *MRKM*. Praca poszerza dotychczasową problematykę związaną z realizacją zadania sterowania nadążnego, z uwzględnieniem zmiennych warunków pracy robota. Zastosowanie badań doświadczalnych pozwoliło na weryfikację teoretycznych założeń oraz praktyczne potwierdzenie efektywności proponowanych algorytmów na obiekcie rzeczywistym. Dzięki temu, praca stanowi wkład w dziedzinę mechatroniki, otwierając nowe możliwości dla dalszego rozwoju i zastosowania mobilnych robotów kołowych z kołami Mecanum w różnorodnych, często nieprzewidywalnych środowiskach pracy.

I.5 Publikacje

Wybrana tematyka przedstawiona w niniejszej rozprawie została opublikowana w formie recenzowanych artykułów [30-32]:

Hendzel, Z., Kołodziej, M. (2021). *Robust Tracking Control of Omni-Mecanum Wheeled Robot. Automation 2021: Recent Achievements in Automation, Robotics and Measurement Techniques*. Springer, Cham.

Hendzel, Z., Kołodziej, M. (2023). *Parametric Identification of the Mathematical Model of a Mobile Robot with Mecanum Wheels. Automation 2023: Key Challenges in Automation, Robotics and Measurement Techniques*. Springer, Cham.

Hendzel, Z., Kołodziej, M. (2024). *Adaptive Neural Network Control for Mobile Robot with Mecanum Wheels: Experimental Validation. Automation 2024* – w druku.

I.6 Zawartość pracy

Rozdział drugi dedykowany jest przedstawieniu fundamentalnych koncepcji i teorii niezbędnych do syntezy algorytmu sterowania nadążnego *MRKM*. Sekcja II.1 skupia się na prezentacji kluczowych aspektów stabilności dynamicznych systemów nieliniowych, wykorzystując ugruntowaną w literaturze teorię stabilności Lapunowa. Następnie, w sekcji II.2, zamieszczono zasadnicze idee systemów sterowania o zmiennej strukturze w tym ruch ślizgowy. Sekcja II.3 przedstawia z kolei metodykę syntezy algorytmu sterowania neuronowego. Sekcja II.4 omawia układy nadmiarowe.

Trzeci rozdział jest poświęcony szczegółowemu opisowi obiektu badań, czyli *MRKM*. W punkcie III.1 podano ogólne informacje o badanym robocie, natomiast w punkcie III.2 szczegółowo opisano jego kinematykę, przedstawiając równania kinematyczne niezbędne do generowania zadanych torów ruchu wybranego charakterystycznego punktu robota. Sekcja III.3 zawiera dynamiczne równania ruchu *MRKM* wyrażone w formie równań Maggiego, które są korzystne w procesie syntezy algorytmów sterowania ze względu na ich aplikacyjną użyteczność.

Czwarty rozdział koncentruje się na wynikach identyfikacji parametrycznej *MRKM*. W sekcji IV.1 zaprezentowano proces syntezy algorytmu identyfikacji metodą adaptacyjną online, przeprowadzony na torze ruchu wybranego punktu robota w kształcie pętli. Sekcja IV.2 omawia identyfikację parametryczną wykonaną metodą wsadową, bazując na danych pozyskanych z eksperymentów pomiarowych. Walidacja oszacowanych parametrów modelu matematycznego została dokonana w sekcji IV.3, natomiast sekcja IV.4 podsumowuje wnioski wynikające z procedury identyfikacyjnej.

W rozdziale piątym przedstawiono algorytmy sterowania nadążnego *MRKM*. Sekcja V.1.1 zawiera syntezę odpornego algorytmu sterowania, opierając się na koncepcjach sterowania równoważnego oraz ślizgowego. Efektywność zaproponowanego podejścia

została zademonstrowana poprzez wyniki symulacji, przedstawione w sekcji V.1.2, a ich analiza i wnioski zostały omówione w sekcji V.1.3. W sekcji V.2.1 opisano proces syntezy algorytmu sterowania neuronowego, z wynikami symulacji zaprezentowanymi w sekcji V.2.2 oraz towarzyszącymi wnioskami w sekcji V.2.3.

Rozdział szósty jest dedykowany weryfikacji zaproponowanych algorytmów sterowania, stanowiąc kluczowy element oceny ich efektywności i niezawodności. Sekcja VI.1 szczegółowo przedstawia stanowisko szybkiego prototypowania, wykorzystane do realizacji eksperymentów weryfikacyjnych, wraz z opisem układu pomiarowego, umożliwiającego pomiary w czasie rzeczywistym. Wyniki badań weryfikacyjnych algorytmu sterowania odpornego w zmiennych warunkach pracy zamieszczono w punkcie VI.2. Wyniki badań weryfikacyjnych algorytmu sterowania neuronowego w zmiennych warunkach pracy zamieszczono w punkcie VI.3. W punkcie VI.4 sformułowano wnioski płynące z przeprowadzonych eksperymentów weryfikacyjnych.

Podsumowanie pracy oraz kierunki dalszych badań zamieszczono w rozdziale siódmym.

II. Podstawy teoretyczne

W rozdziale zamieszczono przegląd metod metod stosowanych przy projektowaniu algorytmów sterowania nadążnego, takie jak stabilność w sensie Lapunowa, układy o zmiennej strukturze, sterowanie ślizgowe oraz sterowanie neuronowe.

II.1 Stabilność nieliniowych układów dynamicznych

Występujące w robotach mobilnych nieliniowości oraz potencjalnie zmienne w czasie parametry powodują że liniowe kryteria stabilności np. Nyquista czy Routha nie mogą być wykorzystane do analizy i syntezy. Teoria stabilności Lapunowa [39, 57, 59] jest najbardziej ogólnym podejściem do określenia stabilności układów zarówno liniowych jak i nieliniowych, szczególnie przy badaniu stabilności punktów równowagi systemu.

Niech dany będzie układ dynamiczny opisany równaniem różniczkowym

$$\dot{x} = f(x, t) \quad (\text{II.1})$$

gdzie $x \in R^n$ jest wektorem stanu układu, n to rząd układu, $f(x, t) \in R^n$ jest funkcją wektora stanu.

Założono że $x_e \in R^n$ to punkt równowagi układu (II.1), taki że $f(x_e, t) = 0$

Definicja II.1 Punkt równowagi systemu (II.1) w początku układu jest

– stabilny w sensie Lapunowa, jeżeli dla każdego $\epsilon > 0$ istnieje $\delta > 0$, taki że

$$\|x(0)\| < \delta \Rightarrow \|x(t)\| < \epsilon, \quad \forall t \geq 0 \quad (\text{II.2})$$

– niestabilny, jeżeli (II.2) nie jest spełnione

– asymptotycznie stabilny, jeżeli jest stabilny i δ może być wybrany tak, że

$$\|x(0)\| < \delta \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0 \quad (\text{II.3})$$

Definicja II.1 dotyczy stabilności lokalnej, która opisuje tylko zachowanie systemu w pobliżu punktu równowagi, co czyni ją mało przydatną w praktyce. Aby osiągnąć stabilność globalną, zastosowana zostanie bezpośrednia metoda Lapunowa, pozwalająca określić stabilność systemu bez konieczności jawnego całkowania równania różniczkowego (II.1). Koncepcja funkcji Lapunowa opiera się na mechanice klasycznej, gdzie w stabilnych systemach zachowawczych energia jest dodatnio określoną funkcją skalarną, malejącą z czasem. Analogicznie można wybrać uogólnioną skalarną funkcję podobną do funkcji energii jako funkcję Lapunowa, aby przeanalizować stabilność dowolnego systemu nieliniowego.

Twierdzenie II.1 Niech $D \subset R^n$ będzie dziedziną zawierającą początek układu systemu, oraz niech $V(x): D \rightarrow R$ to ciągła, różniczkowalna funkcja taka że

$$V(0) = 0 \text{ i } V(x) > 0, \forall x \neq 0 \quad (\text{II.4})$$

i jej pochodna

$$\dot{V}(x) \leq 0 \quad (\text{II.5})$$

wtedy $x = 0$ jest stabilny. Dodatkowo

$$\dot{V}(x) < 0, \forall x \neq 0 \quad (\text{II.6})$$

wtedy $x = 0$ jest asymptotycznie stabilny

Ciągła, różniczkowalna funkcja $f(x)$ spełniająca warunki (II.4), (II.5) jest nazywana funkcją Lapunowa, należy zauważyć że kryterium nie podaje przepisu na określenie takiej funkcji. Zadaniem projektanta systemu sterowania jest wybranie odpowiedniej funkcji, gwarantującej stabilność punktu równowagi układu. Dla robota kołowego może być zdefiniowana na podstawie energii kinetycznej robota. Na przykład, jeśli x jest wektorem stanu robota, zawierającym jego pozycję i prędkość, a M jest macierzą zawierającą masy i masowe momenty bezwładności robota, to $V(x) = x^T M x$ jest skalarem reprezentującym energię robota.

II.2 Układy sterowania o zmiennej strukturze

W dziedzinie teorii sterowania istnieje wiele klasycznych metod projektowania układów sterowania, które wymagają znajomości dokładnego modelu matematycznego obiektu i jego parametrów. Jednak w praktyce często spotyka się problemy z precyzyjnym określeniem modelu obiektu i jego parametrów, szczególnie gdy właściwości obiektu ulegają zmianom w trakcie pracy. Dlatego rozwijane są nowe metody projektowania układów sterowania, takie jak sterowanie odporne i adaptacyjne, które nie wymagają dokładnej znajomości modelu obiektu i uwzględniają niepewności. Jedną z klas układów sterowania, które uwzględniają zmienne struktury, są układy sterowania o zmiennej strukturze.

Układy sterowania o zmiennej strukturze to pewna klasa układów [5, 6, 7, 18, 21, 63, 64, 65, 66, 73, 80], w których algorytm sterowania zmienia się zgodnie z określonymi zasadami, w zależności od bieżącego stanu obiektu sterowania. Idee tę można przedstawić prostym przykładem. Niech będzie obiekt w przestrzeni stanu opisany jako

$$\ddot{y}(t) = u(t) \quad (\text{II.7})$$

Zastosowano sterowanie typu

$$u(t) = -ky(t), \quad k > 0 \quad (\text{II.8})$$

Jednym z podejść do analizy układu drugiego rzędu jest badanie zachowania układu na płaszczyźnie fazowej. Wprowadzając sterowanie (II.8) do równania (II.7), otrzymano

$$\ddot{y} + ky = 0 \quad (\text{II.9})$$

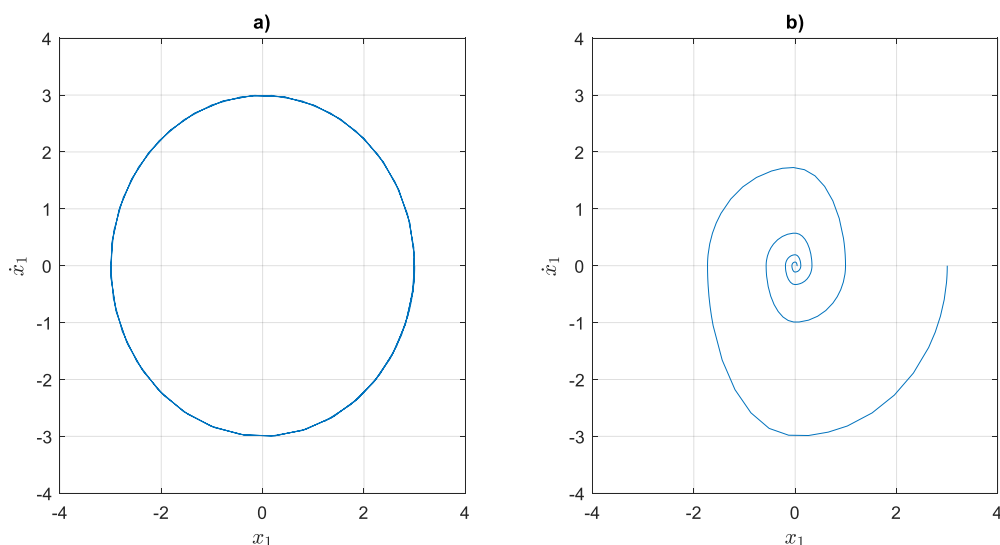
Całkując równanie (II.9) otrzymano relacje między prędkością a przemieszczeniem

$$\dot{y}^2 + ky^2 = c \quad (\text{II.10})$$

gdzie $c > 0$ jest stałą całkowania zależną od warunków początkowych. W przypadku, gdy $k = 1$ równanie (II.10) opisuje na płaszczyźnie fazowej okrąg o promieniu \sqrt{c} , ze środkiem w początku układu współrzędnych (rys.II.2a). Analiza takiego przebiegu wskazuje, że zastosowane sterowanie nie gwarantuje asymptotycznej stabilności systemu, dla $k \neq 1$, rozwiązanie stanowi elipsę. Następnie wybrano sterowanie w formie

$$u(t) = \begin{cases} -k_1 y(t) & \text{dla } y\dot{y} < 0 \\ -k_2 y(t) & \text{w innym przypadku} \end{cases} \quad (\text{II.11})$$

gdzie $0 < k_1 < 1 < k_2$. Takie sterowanie pozwala na podział przestrzeni stanu na cztery ćwiartki. W ćwiartkach 1 i 3, gdzie aktywnym sterowaniem jest $u = -k_2 y$, stan układu zbliża się do stanu $(0,0)$. Podobnie, w ćwiartkach 2 i 4, przy zastosowanym sterowaniu $u = -k_1 y$, stan układu zbliża się do stanu $(0,0)$. Na rys.II.2.1b. przedstawiono odpowiedź układu na sterowanie o zmiennej strukturze (II.2.5).



Rys.II.2. Trajektoria fazowa układu

Obserwuje się, że trajektoria fazowa układu dąży do stanu $(0,0)$, co sugeruje, że układ jest asymptotycznie stabilny. Tę obserwację można potwierdzić, odwołując się do teorii stabilności Lapunowa. Rozważana jest funkcja

$$V = y^2 + \dot{y}^2 \quad (\text{II.12})$$

która definiuje kwadrat odległości. Konsekwencją jest malejąca odległość, która dąży do zera, gdy $t \rightarrow \infty$. Wprowadzenie zasady przełączania między dwiema strukturami sterowania umożliwia osiągnięcie stabilności asymptotycznej, czego pojedyncze struktury sterowania nie gwarantują. Znaczenie sterowania o zmiennej strukturze staje się jeszcze bardziej zauważalne, gdy wprowadza się funkcje przełączającą w formie kombinacji liniowej stanów układu $s(y, \dot{y})$

$$u(t) = \begin{cases} -k & \text{dla } s(y, \dot{y}) > 0 \\ k & \text{dla } s(y, \dot{y}) < 0 \end{cases} \quad (\text{II.13})$$

Gdzie $k > 0$, funkcja przełączeń jest zdefiniowana jako

$$s(y, \dot{y}) = \dot{y} + \lambda y \quad (\text{II.14})$$

Gdzie $\lambda > 0$ to współczynnik projektowy. Relację (II.13) można przedstawić w następujący sposób

$$u(t) = -k \operatorname{sgn}(s(t)) \quad (\text{II.15})$$

Porównując równanie (II.14) do zera, uzyskuje się podprzestrzeń przestrzeni stanu, która jest linią prostą. Celem sterowania o zmiennej strukturze jest skierowanie stanu układu do tej podprzestrzeni i utrzymanie go tam. Przyjmując funkcję

$$V = \frac{1}{2} s^2 \quad (\text{II.16})$$

jej pochodną można określić jako

$$\dot{V} = s\dot{s} = s(\ddot{y} + \lambda\dot{y}) = s(\lambda\dot{y} - k \operatorname{sgn}(s)) < |s|(\lambda|\dot{y}| - k) < 0 \quad (\text{II.17})$$

Gdzie $s \operatorname{sgn}(s) = |s|$, które jest mniejsze od zera jeżeli pochodna \dot{y} spełnia nierówność

$$\lambda|\dot{y}| < k \quad (\text{II.18})$$

Jeżeli pochodna \dot{y} spełnia nierówność (II.18), trajektoria zaczyna w otoczeniu podprzestrzeni Ω

$$\Omega = \{(y, \dot{y}): s(y, \dot{y}) = 0\} \quad (\text{II.19})$$

Wówczas sterowanie o zmiennej strukturze (II.15) kieruje trajektorię do podprzestrzeni Ω i utrzymuje tę trajektorię na wyznaczonej linii(rys.II.2).

Ruch taki określa się jako idealny ruch ślizgowy [59, 65], który jest opisany równaniem różniczkowym wynikającym z zależności $s(y, \dot{y}) = 0$, czyli

$$\dot{y} = -\lambda y \quad (\text{II.20})$$

Równanie to ma strukturę członu inercyjnego pierwszego rzędu, a jego rozwiązanie dąży do zera wykładniczo. Warunek (II.17)

$$s\dot{s} < 0 \quad (\text{II.21})$$

jest nazywany warunkiem lokalnej osiągalności powierzchni ślizgowej.

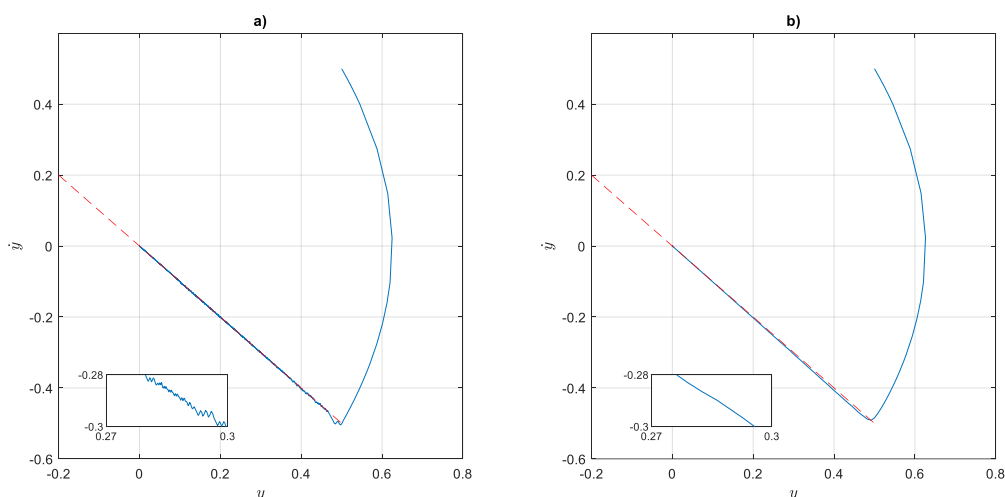
Projektowanie układów o zmiennej strukturze wymaga wyboru funkcji przełączającej $s(y, \dot{y})$ która jest zdeterminowana przez parametr λ co decyduje o jakości działania układu. Algorytm sterowania powinien być zaprojektowany tak, aby spełniał warunek (II.21). W analizowanym przypadku, ten warunek jest spełniony dla obszaru

$$\Omega = \{(y, \dot{y}) : \lambda|\dot{y}| < k\} \quad (\text{II.22})$$

Sterowanie (II.15) jest nieciągłą funkcją i dla $s(y, \dot{y}) = 0$ nie jest zdefiniowane. Literatura donosi są to układy z nieciągłą prawą stroną, a ich rozwiązanie wymaga zastosowania specjalnych metod. Implementacja sterowania o zmiennej strukturze (II.15) powoduje fluktuacje sygnału sterowania (rys.II.3a). Rozwiązaniem tego problemu jest aproksymacja sterowania przełączającego sterowaniem ciągłym (rys.II.3b)

$$v(s) = \frac{s}{|s| + \delta} \approx \text{sgn}(s) \quad (\text{II.23})$$

gdzie $\delta > 0$ to mały parametr projektowy.



Rys.II.3. Trajektoria fazowa układu

Równanie różniczkowe (II.7) ze sterowaniem (II.15) wykazuje nieciągłość na $s = 0$, w co utrudnia określenie typowych rozwiązań na tej rozmaitości. Istnieją rozwiązania w ogólnym ujęciu teorii mnogości. Istnieją jednak rozwiązania teoretyczne, choć są one skomplikowane i trudne do zastosowania w praktycznym projektowaniu systemów sterowania.

Zakładając, że w czasie $t = t_s$ osiągnięto powierzchnię ślizgową, odbywa się na niej idealny ruch ślizgowy, spełnione są warunki $s = 0$ dla $t > t_s$, to implikuje, że $\dot{s} = 0$. Warunki te

$$s = 0, \dot{s} = 0 \quad (\text{II.24})$$

To jest równoznaczne ze spełnieniem warunku sterowania równoważnego. Kiedy $s = 0$, układ znajduje się na powierzchni ślizgowej, a $\dot{s} = 0$ oznacza, że układ nie opuszcza tej powierzchni. Względem tych warunków, otrzymano

$$\dot{s} = \lambda \dot{y} + u = 0 \quad (\text{II.25})$$

co prowadzi do wniosku, że sterowanie równoważne wynosi

$$u = u_{eq} = -\lambda \dot{y} \quad (\text{II.26})$$

Warunkiem koniecznym i wystarczającym, aby lokalnie na powierzchni $s = 0$ zachodził ruch ślizgowy jest spełnienie zależności

$$\min\{u^+, u^-\} < u_{eq} < \max\{u^+, u^-\} \quad (\text{II.27})$$

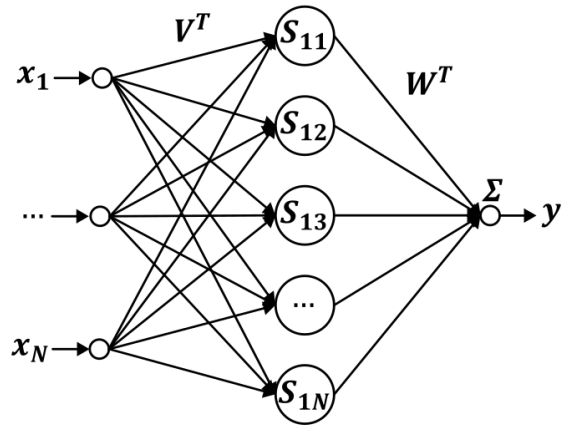
gdzie

$$u(t) = \begin{cases} u^+(t) & \text{dla } s(t) > 0 \\ u^-(t) & \text{dla } s(t) < 0 \\ u^+ \neq u^- \end{cases} \quad (\text{II.28})$$

przy czym $u^+(t)$ oraz $u^-(t)$ są funkcjami ciągłymi.

II.3 Sterowanie neuronowe

Sieci neuronowe, dzięki swojej zdolności do modelowania złożonych zależności i uczenia się z danych, stanowią potężne narzędzie w projektowaniu zaawansowanych systemów sterowania. W przypadku robotów mobilnych, gdzie dynamika ruchu jest często złożona i trudna do modelowania precyzyjnymi równaniami matematycznymi, sieci neuronowe oferują alternatywne podejście, umożliwiające efektywne sterowanie w różnorodnych warunkach pracy [2, 8, 72]. Sieci typu Random Vector Functional Link (RVFL) [33, 41, 51, 52] to wariant jednowarstwowej sieci neuronowej typu feedforward (SLFN), składająca się z trzech warstw: warstwy wejściowej, ukrytej i wyjściowej. Wszystkie trzy warstwy składają się z neuronów, które są połączone za pomocą wag. Aby uniknąć implementacji algorytmu propagacji wstecznej, wagi od warstwy wejściowej do warstwy ukrytej są generowane losowo z danego zakresu i pozostają nienaruszone podczas procesu treningowego. Tylko wagi wyjściowe są obliczane analitycznie. W pracy [34] dowiedziono że sieć typu RVFL to uniwersalny aproksymator.



Rys. II.4. Schemat architektury sieci Random Vector Functional Link

Wyjście z takiej sieci można zapisać jako [41]

$$y = W^T S(V^T x) \quad (\text{II.13})$$

Wektor wejściowy x zawiera elementy

$$x = [1 \quad x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad \dots \quad x_n] \quad (\text{II.14})$$

Funkcja aktywacji $S(\cdot)$ w przypadku sieci RVLf najczęściej stosowana jest w formie funkcji sigmoidalnej. V_x^T to stałe wagi warstwy wejściowej, dobierane losowo, W^T to wagi warstwy wyjściowej.

Idee sterowania neuronowego można przedstawić prostym przykładem. Niech będzie obiekt opisany równaniem

$$\ddot{x} + \cos(4x) = u \quad (\text{II.15})$$

gdzie $u \in R^1$ to sygnał sterowania, definiując błąd nadążania jako

$$e(t) = x_d(t) - x(t) \quad (\text{II.16})$$

gdzie x_d to znany zadany sygnał, wyznaczając błąd uogólniony jako

$$s = \dot{e} + \lambda e \quad (\text{II.17})$$

gdzie λ to dodatni parametr projektowy, różniczkując (II.17) oraz podstawiając (II.15), (II.16) otrzymano zależność pomiędzy dynamiką błędu uogólnionego a dynamiką obiektu sterowania

$$\dot{s} = f(y) - u \quad (\text{II.18})$$

nieliniowa funkcja $f(y)$ to

$$f(y) = \ddot{x}_d + \Lambda \dot{e} + \cos(x_d + \Lambda) \quad (\text{II.19})$$

Prawo sterowania zdefiniowano jako

$$u = \hat{f}(y) + Ks \quad (\text{II.20})$$

$\hat{f}(y)$ to aproksymata funkcji nieliniowej $f(y)$, K to wzmocnienie regulatora PD. Zależność (II.18) zapisano jako

$$\dot{s} = \tilde{f}(y) - Ks \quad (\text{II.21})$$

gdzie $\tilde{f}(y) = f(y) - \hat{f}(y)$. Do aproksymacji funkcji nieliniowej $\hat{f}(y)$ zastosowano sieć RVFL (II.13), zakładając że znane są idealne wagi, nieliniową funkcję zapisano jako

$$f(y) = W^T S(V^T y) + \varepsilon \quad (\text{II.22})$$

gdzie ε to błąd aproksymacji. Zdefiniowano funkcję $\hat{f}(y)$

$$\hat{f}(y) = \hat{W}^T S(V^T y) + \varepsilon \quad (\text{II.23})$$

Gdzie \hat{W} to wyznaczone w procesie adaptacji oceny wag sieci neuronowej (II.22). Prawo adaptacji wag wyznaczyć można korzystając z metody stabilności Lapunowa. Definiując funkcję będącą kandydatem funkcji Lapunowa jako

$$V = \frac{1}{2}s^2 + \frac{1}{2}P^{-1}(\tilde{W}^T \tilde{W}) \quad (\text{II.23})$$

Pochodna (II.23) wynosi

$$\dot{V} = s\dot{s} + P^{-1}(\tilde{W}^T \dot{\tilde{W}}) \quad (\text{II.24})$$

Podstawiając zależność (II.21) do (II.24), z założeniem że $\varepsilon = 0$, otrzymano

$$\dot{V} = -sKs + \tilde{W}^T (P^{-1}\dot{\tilde{W}} + S(V^T y)s) \quad (\text{II.25})$$

Drugi składnik wyrażenia (II.25) jest zerowy jeśli

$$\dot{\tilde{W}} = -PS(V^T y)s \quad (\text{II.26})$$

Na podstawie (II.26) wyznaczono prawo adaptacji wag

$$\dot{\hat{W}} = -PS(V^T y)s \quad (\text{II.27})$$

Finalnie, funkcja (II.23) jest funkcją Lapunowa ponieważ

$$\dot{V} \leq -|K|s^2 \quad (\text{II.28})$$

Co potwierdza osiągalność $s = 0$, a w konsekwencji zbieżność błędów nadążania.

II.4 Układ nadmiarowy

Układy nadmiarowe (overactuated systems) [9] to kategoria systemów mechanicznych, elektrycznych, lub hybrydowych, które posiadają więcej układów wykonawczych niż minimalnie wymaganych do sterowania wszystkimi ich stopniami swobody. Jedną z głównych zalet układów nadmiarowych jest redundancja. W przypadku awarii jednego układu wykonawczego, system jest w stanie kontynuować działanie, wykorzystując pozostałe, sprawne układy wykonawcze. Większa liczba układów wykonawczych pozwala na większą elastyczność w projektowaniu systemów i ich aplikacjach. Układy nadmiarowe mogą realizować złożone zadania w różnorodnych środowiskach operacyjnych, adaptując się do zmieniających się warunków lub wymagań. Wraz z zaletami, układy nadmiarowe niosą również pewne wyzwania, takie jak złożoność projektowania i sterowania. Najczęściej stosowanym podejściem do wyznaczania brakujących sygnałów sterowania w układach nadmiarowych jest metoda alokacji [9, 17, 19, 54]. Jednakże, podejście takie jest niekorzystne ze względu na wysoką złożoność obliczeniową i implementacyjną systemu sterowania w czasie rzeczywistym [43, 45, 54]. Praca [43] przedstawia adaptacyjną metodę alokacji kontroli dla ogólnej klasy nieliniowych systemów z dynamiką wewnętrzną i nieznanymi parametrami, używając podejścia opartego na równoważności pewności do szacowania nieznanymi parametrów. Praca [45] koncentruje się na poprawie wydajności czasowej metody bezpośredniej alokacji, prezentując szybką metodę alokacji bezpośredniej, która redukuje obliczenia online i skraca czas dzięki heurystycznej metodzie poszukiwania.

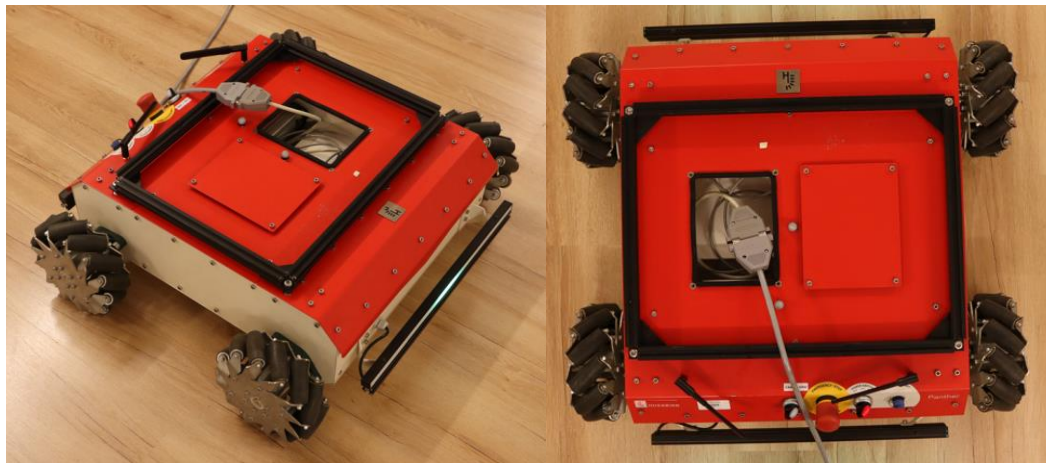
Biorąc pod uwagę aspekt implementacyjny w niniejszej pracy w realizacji sterowania obiektem nadmiarowym założono równość mocy układów napędzających koła jezdne.

III. Obiekt badań

W rozdziale opisany został obiekt badań wykorzystany do weryfikacji algorytmów sterowania nadążnego. Punkt III.1 przedstawia specyfikację mobilnego robota Husarion Panther [50]. W punkcie III.2 przedstawiony został opis kinematyki mobilnego robota. Zadanie odwrotne kinematyki oraz wynikający z niego zadany tor ruchu charakterystycznego punktu S przedstawione zostały w punkcie III.3. Dynamiczne równania ruchu mobilnego robota podano w punkcie III.4.

III.1 Czterokołowy robot mobilny

Obiektem badań jest czterokołowy robot mobilny Husarion Panther z kołami typu mecanum przedstawiony na rysunku III.1 Husarion Panther to robot klasy przemysłowej stosowany jako platforma jezdna. Robot wyposażony jest w cztery silniki BLDC 80 PMB800K.80RBL o mocy 473 [W] z przekładnią planetarną o przełożeniu 1:30 i enkoderem inkrementalnym. Robot wyposażony jest w akumulator o napięciu 36 [V] i pojemności 740 [Wh]. Robot został zmodyfikowany przez producenta w celu uzyskania bezpośredniego dostępu do układów wykonawczych z pominięciem wewnętrznego układu sterowania.



Rys. III.1. Husarion Panther

Kluczowe parametry robota przedstawione zostały w tabeli 1.

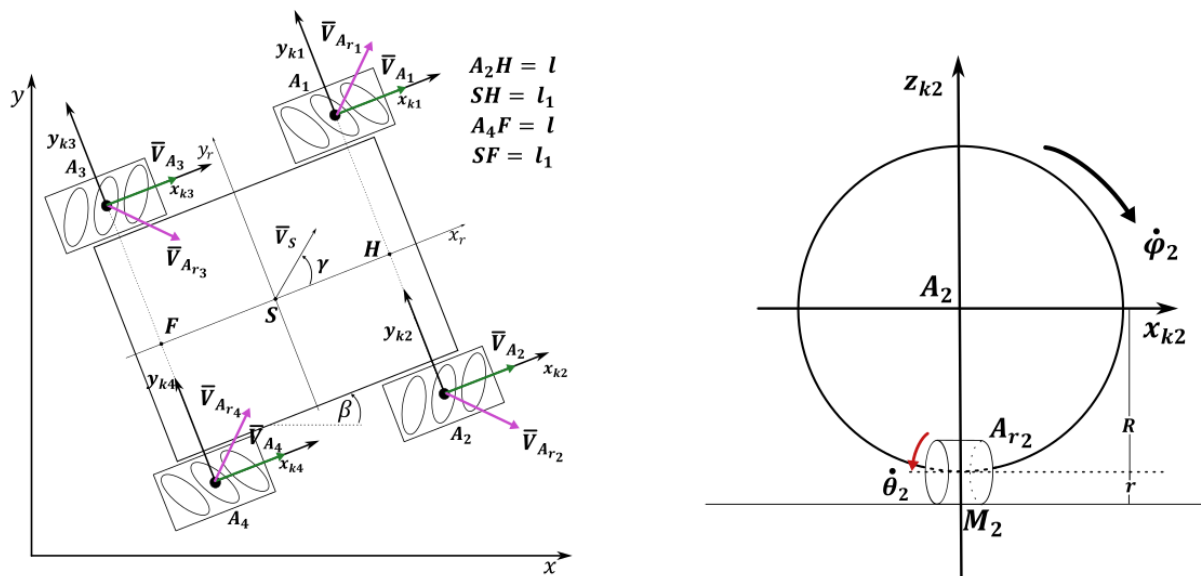
Tabela III.1: Parametry robota

Prędkość maksymalna	2 [m/s]
Maksymalny udźwig	80 [kg]
Nominalny moment obrotowy	34.5 [Nm]

Maksymalny moment obrotowy	60 [Nm]
Długość	0.805 [m]
Szerokość	0.84 [m]
Wysokość platformy	0.29 [m]
Masa ramy	55 [kg]
Masa koła	2.4 [kg]

III.2 Opis kinematyki mobilnego robota

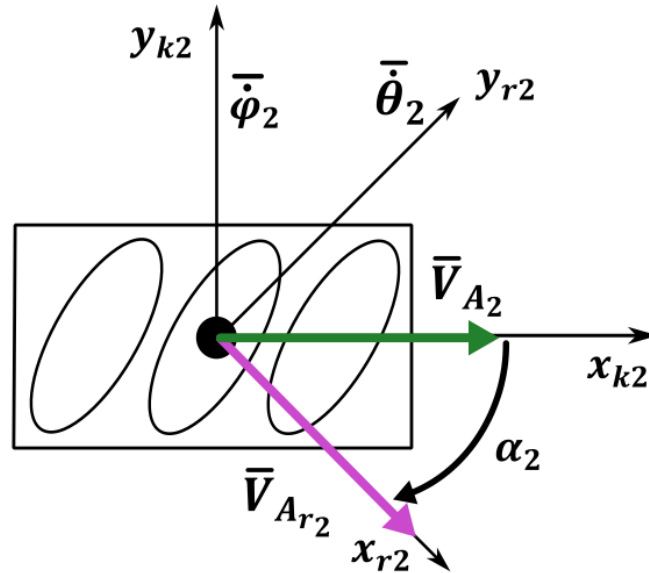
Analizując kinematykę mobilnych robotów kołowych, należy skupić się na równaniach kinematyki opisujących ich ruch. Równania te pozwalają na określenie liniowych parametrów ruchu, takich jak droga, prędkość i przyspieszenie charakterystycznego punktu S , oraz parametrów kątowych, takich jak kąt obrotu, prędkość kątowa i przyspieszenia kątowe kół $MRKM$.



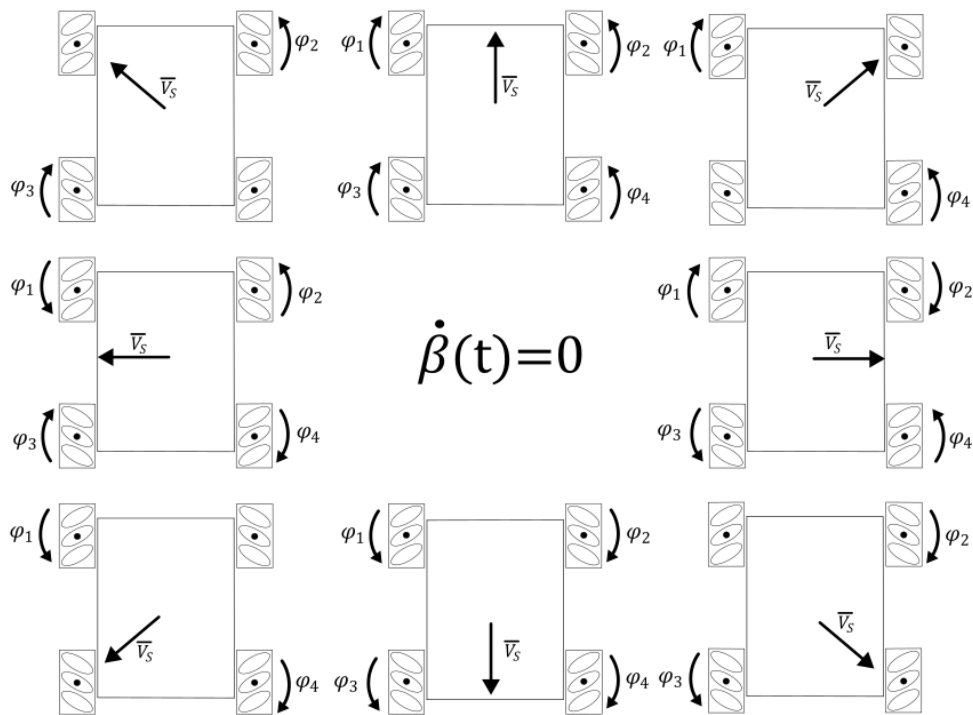
Rys.III.2. Schemat $MRKM$

Koła 1–4 obracają się wokół własnych osi, które nie zmieniają swojej pozycji względem ramy. Punkt A_i znajduje się w centrum symetrii i-tego koła, punkt A_{r_i} znajduje się w centrum symetrii i-tej rolki. Rolki zamontowane są pod kątem $\alpha = \pi/4$ [rad] względem osi koła. Punkt S to środek masy ramy robota, punkt H leży na środku osi pomiędzy punktami A_1A_2 , punkt F leży na środku osi pomiędzy punktami A_3A_4 . β to kąt obrotu ramy robota. $V_{A_{r_i}}$ to wektor prędkości stycznej rolki z powierzchnią po której porusza się robot, V_{A_i} to wektor prędkości odpowiadający obrotowi koła. $\dot{\varphi}_i$ to prędkość kątowa i-tego koła, $\dot{\theta}_i$ to prędkość kątowa i-tej rolki. Założone zostało że promienie kół są równe tj. $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$, jak i promienie rolek $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = r$. M_i to punkt

styku rolki z podłożem. Założone zostało że ruch odbywa się na płaszczyźnie xy . Rys. III.2-3 przedstawiają szczegółowo opis kinematyki *MRKM*, możliwości ruchu omnikierunkowego zamieszczono na rys.III.4.



Rys.III.3. Schemat koła mecanum



Rys.III.4. Możliwości ruchu omnikierunkowego *MRKM*

Współrzędne punktu M_2 (rys.III.2) w układzie x_{r2}, y_{r2}, z_{r2} , stosując współrzędne jednorodne można zapisać jako [23, 81]

$$M_2 = \begin{bmatrix} x_{M2} \\ y_{M2} \\ z_{M2} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.1})$$

Aby obliczyć położenie punktu M_2 w układzie x_{k2}, y_{k2}, z_{k2} współrzędne punktu M_2 należy przemnożyć przez macierz transformacji która składa się z

Macierzy obrotu o kąt θ_2 wokół osi y_{r2}

$$R_{y\theta} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.2})$$

Macierzy obrotu wokół osi z_{r2} o kąt $\alpha + \pi$

$$R_{z\alpha} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha + \pi) & -\sin(\alpha + \pi) & 0 & 0 \\ \sin(\alpha + \pi) & \cos(\alpha + \pi) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.3})$$

Translacji wzdłuż osi z_{r2} o R

$$T_{zR} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & R \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.4})$$

Macierzy obrotu wokół osi y_{k2} o kąt φ_2

$$R_{y\varphi} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 & \sin\varphi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\varphi & 0 & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.5})$$

Finalnie otrzymano macierz transformacji

$$T_1 = R_{y\varphi} T_{zR} R_{z\alpha} R_{y\theta} \quad (\text{III.6})$$

Położenie punktu M_2 w układzie x_{k2}, y_{k2}, z_{k2} można wyznaczyć z zależności

$$\vec{r}_{M_2} = T_1 \vec{\rho}_{M_2} \quad (\text{III.7})$$

gdzie \vec{r}_{M_2} to wektor wodzący określający położenie punktu M_2 w układzie x_{k2}, y_{k2}, z_{k2} , $\vec{\rho}_{M_2}$ to wektor wodzący określający położenie punktu M_2 w układzie x_{r2}, y_{r2}, z_{r2}

$$\vec{\rho}_{M_2} = \begin{bmatrix} r \sin\theta \\ 0 \\ -r \cos\theta \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.8})$$

Różniczkując zależność (III.7), otrzymano równanie prędkości punktu M_2 w postaci

$$\vec{v}_{M_2} = \dot{T}_1 \vec{\rho}_{M_2} = 0 \quad (\text{III.9})$$

Biorąc pod uwagę zależności kinematyczne między prędkością punktu M_2 a prędkością punktu A_2 z równania (III.9) wyznaczono składowe prędkości punktu A_2 w postaci

$$\dot{x}_{A_2} = \dot{\phi}_2(R + r) - \dot{\theta}_2 r \sin \alpha \quad (\text{III.10})$$

$$\dot{y}_{A_2} = \dot{\theta}_2 r \cos \alpha \quad (\text{III.11})$$

Prędkość punktu A_2 w układzie x_{k2}, y_{k2}, z_{k2} można zapisać w formie macierzowej

$$V_{A_2} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{A_2} \\ \dot{y}_{A_2} \\ \dot{z}_{A_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R + r & -r \sin \alpha & 0 \\ 0 & r \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi}_2 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\beta}_{k2} \end{bmatrix} \quad (\text{III.12})$$

Macierz transformacji układu x_{k2}, y_{k2}, z_{k2} związanego z kołem 2 do układu x_r, y_r, z_r związanego z punktem S ma postać:

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & l \\ 0 & 1 & -l_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.13})$$

Macierz transformacji T_g układu x_r, y_r, z_r związanego z ramą robota o początku w punkcie S , który jest środkiem masy ramy, do nieruchomego zerowego układu odniesienia x, y, z jest określona w postaci:

$$T_g = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta & 0 \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.14})$$

Prędkość punktu S mobilnego robota w globalnym układzie współrzędnych x, y, z to

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_S \\ \dot{y}_S \\ \dot{\beta}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta & 0 \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_{Sr} \\ \dot{y}_{Sr} \\ \dot{\beta}_{Sr} \end{bmatrix} \quad (\text{III.15})$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_S \\ \dot{y}_S \\ \dot{\beta}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta (R + r) & -r \cos \alpha \sin \beta - r \cos \beta \sin \alpha & l \cos \beta - l_1 \sin \beta \\ \sin \beta (R + r) & r \cos \alpha \cos \beta - r \sin \alpha \sin \beta & l_1 \cos \beta + l \sin \beta \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi}_2 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\beta}_{k2} \end{bmatrix} \quad (\text{III.16})$$

Co daje układ równań

$$\dot{x}_S = \dot{\phi}_2 \cos \beta (R + r) - \dot{\theta}_2 r \cos \alpha \sin \beta - \dot{\theta}_2 r \cos \beta \sin \alpha + \dot{\beta}_{k2} (l \cos \beta - l_1 \sin \beta) \quad (\text{III.17})$$

$$\dot{y}_S = \dot{\phi}_2 \sin \beta (R + r) + \dot{\theta}_2 r \cos \alpha \cos \beta - \dot{\theta}_2 r \sin \alpha \sin \beta + \dot{\beta}_{k2} (l \sin \beta + l_1 \cos \beta) \quad (\text{III.18})$$

$$\dot{\beta}_S = \dot{\beta}_{k2} \quad (\text{III.19})$$

Prędkość kątowna rolki $\dot{\theta}_2$ jest trudna do poprawnego zmierzenia, dlatego wyznaczając $\dot{\theta}_2$ z równania (III.18) i wstawiając do równania (III.17) a następnie biorąc pod uwagę że $\dot{\beta}_S = \dot{\beta}$ otrzymano

$$\dot{x}_s \cos(\beta + \alpha) + \dot{y}_s \sin(\beta + \alpha) + \dot{\beta}(l \cos \alpha + l_1 \sin \alpha) = \dot{\varphi}_2(R + r) \cos \alpha \quad (\text{III.20})$$

W analogiczny sposób wyznaczono zależności dla pozostałych kół:

$$\dot{x}_s \cos(\beta - \alpha) + \dot{y}_s \sin(\beta - \alpha) - \dot{\beta}(l \cos \alpha + l_1 \sin \alpha) = \dot{\varphi}_1(R + r) \cos \alpha \quad (\text{III.21})$$

$$\dot{x}_s \cos(\beta + \alpha) + \dot{y}_s \sin(\beta + \alpha) + \dot{\beta}(l \cos \alpha + l_1 \sin \alpha) = \dot{\varphi}_2(R + r) \cos \alpha \quad (\text{III.22})$$

$$\dot{x}_s \cos(\beta + \alpha) + \dot{y}_s \sin(\beta + \alpha) - \dot{\beta}(l \cos \alpha + l_1 \sin \alpha) = \dot{\varphi}_3(R + r) \cos \alpha \quad (\text{III.23})$$

$$\dot{x}_s \cos(\beta + \alpha) + \dot{y}_s \sin(\beta + \alpha) - \dot{\beta}(l \cos \alpha + l_1 \sin \alpha) = \dot{\varphi}_4(R + r) \cos \alpha \quad (\text{III.24})$$

Uzyskany układ równań (III.21-24) umożliwia rozwiązanie zadania odwrotnego kinematyki dla *MRKM*.

Aby wyznaczyć położenie mobilnego robota na podstawie uzyskanych prędkości kątowych układ równań (III.21-24) przekształcono do postaci

$$\dot{\varphi}_1 = \frac{1}{(R + r) \cos \alpha} [\dot{x}_s \cos(\beta - \alpha) + \dot{y}_s \sin(\beta - \alpha) - \dot{\beta}(l \cos \alpha + l_1 \sin \alpha)] \quad (\text{III.25})$$

$$\dot{\varphi}_2 = \frac{1}{(R + r) \cos \alpha} [\dot{x}_s \cos(\beta + \alpha) + \dot{y}_s \sin(\beta + \alpha) + \dot{\beta}(l \cos \alpha + l_1 \sin \alpha)] \quad (\text{III.26})$$

$$\dot{\varphi}_3 = \frac{1}{(R + r) \cos \alpha} [\dot{x}_s \cos(\beta + \alpha) + \dot{y}_s \sin(\beta + \alpha) - \dot{\beta}(l \cos \alpha + l_1 \sin \alpha)] \quad (\text{III.27})$$

$$\dot{\varphi}_4 = \frac{1}{(R + r) \cos \alpha} [\dot{x}_s \cos(\beta - \alpha) + \dot{y}_s \sin(\beta - \alpha) + \dot{\beta}(l \cos \alpha + l_1 \sin \alpha)] \quad (\text{III.28})$$

Co można zapisać w formie

$$\dot{\varphi} = J V_s \quad (\text{III.29})$$

gdzie

$$\dot{\varphi} = \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \\ \dot{\varphi}_3 \\ \dot{\varphi}_4 \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\cos(\alpha - \beta)}{(R + r) \cos(\alpha)} & -\frac{\sin(\alpha - \beta)}{(R + r) \cos(\alpha)} & -\frac{l \cos(\alpha) + l_1 \sin(\alpha)}{(R + r) \cos(\alpha)} \\ \frac{\cos(\alpha + \beta)}{(R + r) \cos(\alpha)} & \frac{\sin(\alpha + \beta)}{(R + r) \cos(\alpha)} & \frac{l \cos(\alpha) + l_1 \sin(\alpha)}{(R + r) \cos(\alpha)} \\ \frac{\cos(\alpha + \beta)}{(R + r) \cos(\alpha)} & \frac{\sin(\alpha + \beta)}{(R + r) \cos(\alpha)} & -\frac{l \cos(\alpha) + l_1 \sin(\alpha)}{(R + r) \cos(\alpha)} \\ \frac{\cos(\alpha - \beta)}{(R + r) \cos(\alpha)} & -\frac{\sin(\alpha - \beta)}{(R + r) \cos(\alpha)} & \frac{l \cos(\alpha) + l_1 \sin(\alpha)}{(R + r) \cos(\alpha)} \end{bmatrix}$$

$$V_s = \begin{bmatrix} \dot{x}_s \\ \dot{y}_s \\ \dot{\beta}_s \end{bmatrix}$$

Wyznaczając V_s z równania (III.29)

$$V_s = J^{-1}\dot{\phi} \quad (III.30)$$

Macierz J jest macierzą prostokątną, aby rozwiązać równanie (III.30), macierz J^{-1} została zastąpiona macierzą pseudo-odwrotną J^+ [53]

$$J^+ = (J^T J)^{-1} J^T \quad (III.31)$$

Wyznaczając J^+ otrzymano

$$J^+ = \begin{pmatrix} \frac{(R+r)\sin(\alpha+\beta)}{4\sin(\alpha)} & \frac{(R+r)\sin(\alpha-\beta)}{4\sin(\alpha)} & \frac{(R+r)\sin(\alpha-\beta)}{4\sin(\alpha)} & \frac{(R+r)\sin(\alpha+\beta)}{4\sin(\alpha)} \\ -\frac{(R+r)\cos(\alpha+\beta)}{4\sin(\alpha)} & \frac{(R+r)\cos(\alpha-\beta)}{4\sin(\alpha)} & \frac{(R+r)\cos(\alpha-\beta)}{4\sin(\alpha)} & -\frac{(R+r)\cos(\alpha+\beta)}{4\sin(\alpha)} \\ \frac{(R+r)\cos(\alpha)}{4l\cos(\alpha)+4l_1\sin(\alpha)} & \frac{(R+r)\cos(\alpha)}{4l\cos(\alpha)+4l_1\sin(\alpha)} & \frac{(R+r)\cos(\alpha)}{4l\cos(\alpha)+4l_1\sin(\alpha)} & \frac{(R+r)\cos(\alpha)}{4l\cos(\alpha)+4l_1\sin(\alpha)} \end{pmatrix}$$

W równaniu (III.30) za macierz J^{-1} wstawiono macierz J^+

$$V_s = (J^T J)^{-1} J^T \dot{\phi} = J^+ \dot{\phi} \quad (III.32)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_s \\ \dot{y}_s \\ \dot{\beta}_s \end{bmatrix} = J^+ \begin{bmatrix} \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \\ \dot{\phi}_3 \\ \dot{\phi}_4 \end{bmatrix} \quad (III.33)$$

Równanie (III.33) umożliwia wyznaczenie parametrów liniowych mobilnego robota na podstawie zmierzonych parametrów kątowych.

III.3 Zadanie odwrotne kinematyki

Typowe dla *MRKM* torzy ruchu można opisać przez połączenie dwóch podstawowych typów ruchu. Pierwszy to ruch charakterystycznego punktu *S* mobilnego robota po torze prostoliniowym z zadaną prędkością V_S . Drugi typ to ruch punktu *S* po torze w kształcie okręgu o promieniu R_R z zadaną prędkością V_S .

W zadaniu odwrotnym kinematyki założono że ruch *MRKM* odbywa się po poziomej jezdni oraz że wybrany punkt *S* układu będzie poruszał się z zadaną prędkością po zadanym torze ruchu.

III.3.1 Zadana trajektoria ruchu prostoliniowego

Przy generowaniu zadanej trajektorii ruchu dla układu sterowania przyjęto następujące założenia: $\dot{\beta}(t) = 0$, $\gamma = 0$, $\beta(0) = 0$.

Ruch charakterystycznego punktu *S* (rys. II.2) mobilnego robota kołowego po torze w postaci prostej można przedstawić jako trzy fazy ruchu [81]

Rozruch:

$$V_S = \frac{V_S^*}{t_r - t_p} (t - t_p), \quad t_p \leq t \leq t_r \quad (\text{III.47})$$

$$\begin{cases} \dot{x}_S = V_S^* \cos\beta \\ \dot{y}_S = V_S^* \sin\beta \end{cases}$$

gdzie V_S^* to prędkość nominalna, t_p to czas rozpoczęcia rozruchu, t_r to czas zakończenia fazy rozruchu.

Na podstawie zależności (III.25-28) parametry kinematyczne kół napędzających wynoszą:

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_1 = \frac{1}{(R+r)\cos\alpha} [\dot{x}_S \cos(-\alpha) + \dot{y}_S \sin(-\alpha)] \\ \dot{\varphi}_2 = \frac{1}{(R+r)\cos\alpha} [\dot{x}_S \cos(\alpha) + \dot{y}_S \sin(\alpha)] \\ \dot{\varphi}_3 = \frac{1}{(R+r)\cos\alpha} [\dot{x}_S \cos(\alpha) + \dot{y}_S \sin(\alpha)] \\ \dot{\varphi}_4 = \frac{1}{(R+r)\cos\alpha} [\dot{x}_S \cos(-\alpha) + \dot{y}_S \sin(-\alpha)] \end{cases}$$

Ruch ustalony:

$$\begin{cases}
V_S = V_S^*, \quad t_r \leq t \leq t_h \\
\dot{x}_S = V_S^* \cos\beta \\
\dot{y}_S = V_S^* \sin\beta \\
\dot{\phi}_1 = \frac{1}{(R+r)\cos\alpha} [\dot{x}_S \cos(-\alpha) + \dot{y}_S \sin(-\alpha)] \\
\dot{\phi}_2 = \frac{1}{(R+r)\cos\alpha} [\dot{x}_S \cos(\alpha) + \dot{y}_S \sin(\alpha)] \\
\dot{\phi}_3 = \frac{1}{(R+r)\cos\alpha} [\dot{x}_S \cos(\alpha) + \dot{y}_S \sin(\alpha)] \\
\dot{\phi}_4 = \frac{1}{(R+r)\cos\alpha} [\dot{x}_S \cos(-\alpha) + \dot{y}_S \sin(\alpha)]
\end{cases} \quad (\text{III.48})$$

gdzie t_h to czas rozpoczęcia fazy hamowania

Hamowanie:

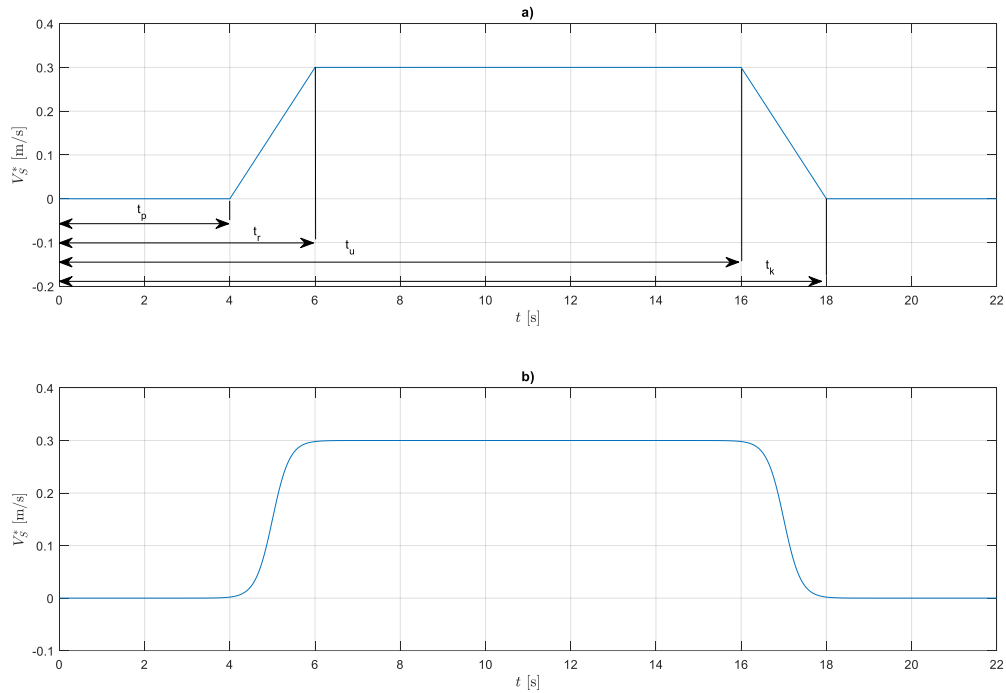
$$\begin{cases}
V_S = V_S^* - \frac{V_S^*}{t_k - t_h} (t - t_h) \\
\dot{x}_S = V_S^* \cos\beta \\
\dot{y}_S = V_S^* \sin\beta \\
\dot{\phi}_1 = \frac{1}{(R+r)\cos\alpha} [\dot{x}_S \cos(-\alpha) + \dot{y}_S \sin(-\alpha)] \\
\dot{\phi}_2 = \frac{1}{(R+r)\cos\alpha} [\dot{x}_S \cos(\alpha) + \dot{y}_S \sin(\alpha)] \\
\dot{\phi}_3 = \frac{1}{(R+r)\cos\alpha} [\dot{x}_S \cos(\alpha) + \dot{y}_S \sin(\alpha)] \\
\dot{\phi}_4 = \frac{1}{(R+r)\cos\alpha} [\dot{x}_S \cos(-\alpha) + \dot{y}_S \sin(-\alpha)]
\end{cases} \quad (\text{III.49})$$

gdzie t_k to czas końcowy

W badaniach założona została prędkość zadana charakterystycznego punktu S *MRKM* $V_S^* = 0.3$ [m/s]. Aby wyeliminować nieróżniczkowalności spowodowaną trapezowym profilem prędkości, przeprowadzono aproksymacje profilu prędkości stosując funkcję [23]

$$V_S = V_S^* \left(\frac{1}{1 + e^{-c(t-b)}} - \frac{1}{1 + e^{-c(t-b_1)}} \right) \quad (\text{III.50})$$

Gdzie $c = 5$ [1/s] to współczynnik wpływający na szybkość zmiany prędkości podczas rozpędzania i hamowania, $b = 5$ [s], $b_1 = 17$ [s] to współczynniki opisujące średni czas rozruchu i hamowania.

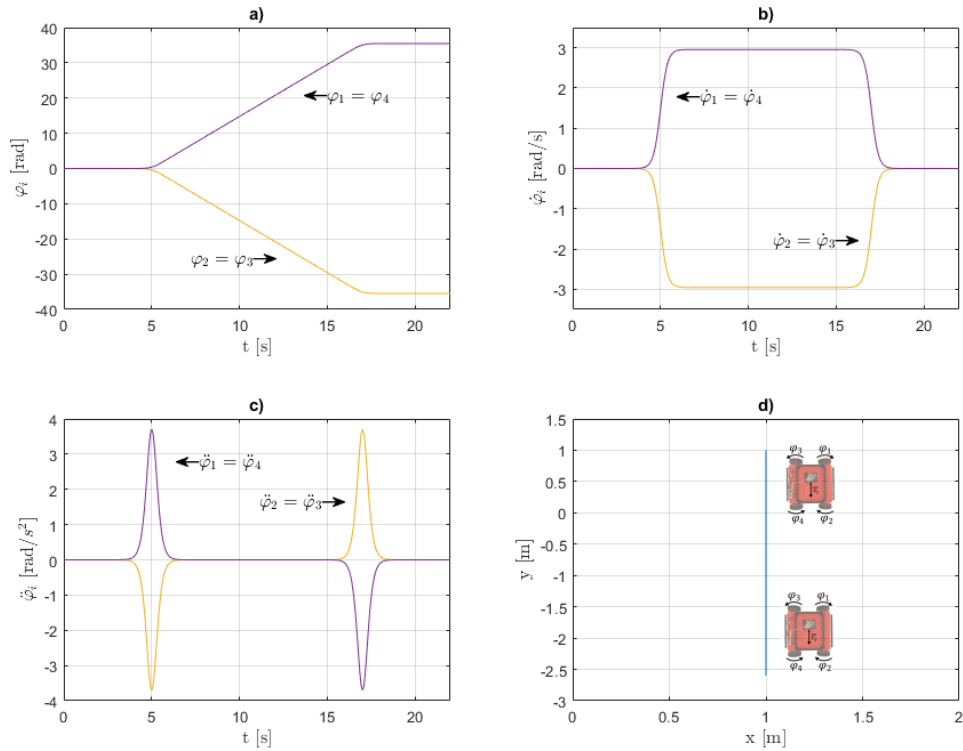


Rys.III.5. Profil prędkości: a) zadany w formie trapezu, b) aproksymacja profilu prędkości

Bazując na profilu zadanej prędkości (rys. III.5), zadanym torze ruchu (rys. III.5d) i geometrii mobilnego robota tak aby wykorzystać właściwości kół mecanum tj. z założeniem że kąt $\gamma = -\pi/2$, rzuty prędkości punktu S wynoszą $\dot{x}_s = 0$, $\dot{y}_s = V_s^*$, rozwiązano zadanie odwrotne kinematyki otrzymując wartości parametrów kątowych kół *MRKM*. Położenie początkowe *MRKM* $x_{s0} = 1$ [m], $y_{s0} = 1$ [m]. Rysunek III.5a przedstawia kąty obrotu φ_i [rad] kół mobilnego robota. Rysunek III.5b to prędkości kątowe $\dot{\varphi}_i$ [rad/s], natomiast rys.III.5c przedstawia przyśpieszenia kątowe $\ddot{\varphi}_i$ [rad/s²].

Tabela III.2 Dane zadanego toru ruchu punktu S

v_s^* [m/s]	c [1/s]	b [s]	b_1 [s]	γ [rad]	$\beta(0)$ [rad]	x_{s0} [m]	y_{s0} [m]
0.3	5	5	17	$-\pi/2$	0	1	1



Rys. III.5. Parametry kątowe uzyskane z zadania odwrotnego kinematyki, a) kąty obrotu kół *MRKM*, b) prędkości kątowe kół *MRKM*, c) przyspieszenia kątowe kół *MRKM*, d) tor ruchu punktu S

III.3.2 Zadana trajektoria ruchu w kształcie okręgu

W badaniach założone zostały dwa warianty realizacji przez punkt charakterystyczny S *MRKM* toru ruchu w kształcie pętli, pierwszym wariantem jest założenie że prędkość kątowna ramy robota nie zmienia się w czasie, $\dot{\beta}(t) = 0$, czyli robot wykorzystuje właściwości kół mecanum, drugi wariant zakłada że prędkość kątowna ramy robota zmienia się w czasie $\dot{\beta}(t) \neq 0$, więc *MRKM* porusza się jak robot mobilny wyposażony w klasyczne koła. Tor ruchu punktu S ruchu w kształcie pętli zawiera w sobie wszystkie typowe dla *MRKM* etapy ruchu.

Dla wariantu $\dot{\beta}(t) = 0$, rama robota jest w ruchu postępowym tj. ruch punktu S można zapisać jako:

$$\begin{cases} x_s = R_R \cos(\omega t) \\ y_s = R_R \sin(\omega t) \\ \dot{x}_s = -R_R \omega \sin(\omega t) \\ \dot{y}_s = R_R \omega \cos(\omega t) \\ \omega = \frac{V_S^*}{R_R} \end{cases}$$

Ruch po okręgu punktu S dla $\dot{\beta}(t) = 0$

$$V_S = V_S^*, \quad t_{c1} \leq t \leq t_{c2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_S = -V_S^* \sin(\omega t) \\ \dot{y}_S = V_S^* \cos(\omega t) \\ \dot{\phi}_1 = \frac{1}{(R+r)\cos\alpha} [\dot{x}_S \cos(-\alpha) + \dot{y}_S \sin(-\alpha)] \\ \dot{\phi}_2 = \frac{1}{(R+r)\cos\alpha} [\dot{x}_S \cos(\alpha) + \dot{y}_S \sin(\alpha)] \\ \dot{\phi}_3 = \frac{1}{(R+r)\cos\alpha} [\dot{x}_S \cos(\alpha) + \dot{y}_S \sin(\alpha)] \\ \dot{\phi}_4 = \frac{1}{(R+r)\cos\alpha} [\dot{x}_S \cos(-\alpha) + \dot{y}_S \sin(-\alpha)] \end{array} \right. \quad (\text{III.53})$$

gdzie t_{c2} to czas zakończenia fazy jazdy po pętli, R_R to promień okręgu po którym porusza się punkt S , ω to częstość ruchu okresowego o okresie $T = 2\pi/\omega$

Ruch po okręgu punktu S dla $\dot{\beta}(t) \neq 0$

Dla wariantu $\dot{\beta}(t) \neq 0$ należy przyjąć kąt wektora prędkości $\gamma = 0$ [rad], $\beta(0) = 0$ [rad].

$$V_S = V_S^*, \quad t_{c1} \leq t \leq t_{c2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_S = V_S^* \cos\beta \\ \dot{y}_S = V_S^* \sin\beta \\ \dot{\beta} = \frac{V_S^*}{R_R} \\ \dot{\phi}_1 = \frac{1}{(R+r)\cos\alpha} [\dot{x}_S \cos(\beta - \alpha) + \dot{y}_S \sin(\beta - \alpha)] - \dot{\beta}(l\cos\alpha + l_1\sin\alpha) \\ \dot{\phi}_2 = \frac{1}{(R+r)\cos\alpha} [\dot{x}_S \cos(\beta + \alpha) + \dot{y}_S \sin(\beta + \alpha)] + \dot{\beta}(l\cos\alpha + l_1\sin\alpha) \\ \dot{\phi}_3 = \frac{1}{(R+r)\cos\alpha} [\dot{x}_S \cos(\beta + \alpha) + \dot{y}_S \sin(\beta + \alpha)] - \dot{\beta}(l\cos\alpha + l_1\sin\alpha) \\ \dot{\phi}_4 = \frac{1}{(R+r)\cos\alpha} [\dot{x}_S \cos(\beta - \alpha) + \dot{y}_S \sin(\beta - \alpha)] + \dot{\beta}(l\cos\alpha + l_1\sin\alpha) \end{array} \right. \quad (\text{III.54})$$

Aby zapewnić ciągłość rozwiązania podczas zmian faz ruchu wprowadzona została funkcja wygładzająca zmianę $\dot{\beta}_a(t)$ podczas założonych etapów ruchu opisano zależnością

$$\dot{\beta}_a(t) = \dot{\beta}(t) \left(\frac{1}{1 + e^{-c_\beta(t-b_S)}} - \frac{1}{1 + e^{-c_\beta(t-b_{S1})}} \right), \quad i = 1,2 \quad (\text{III.55})$$

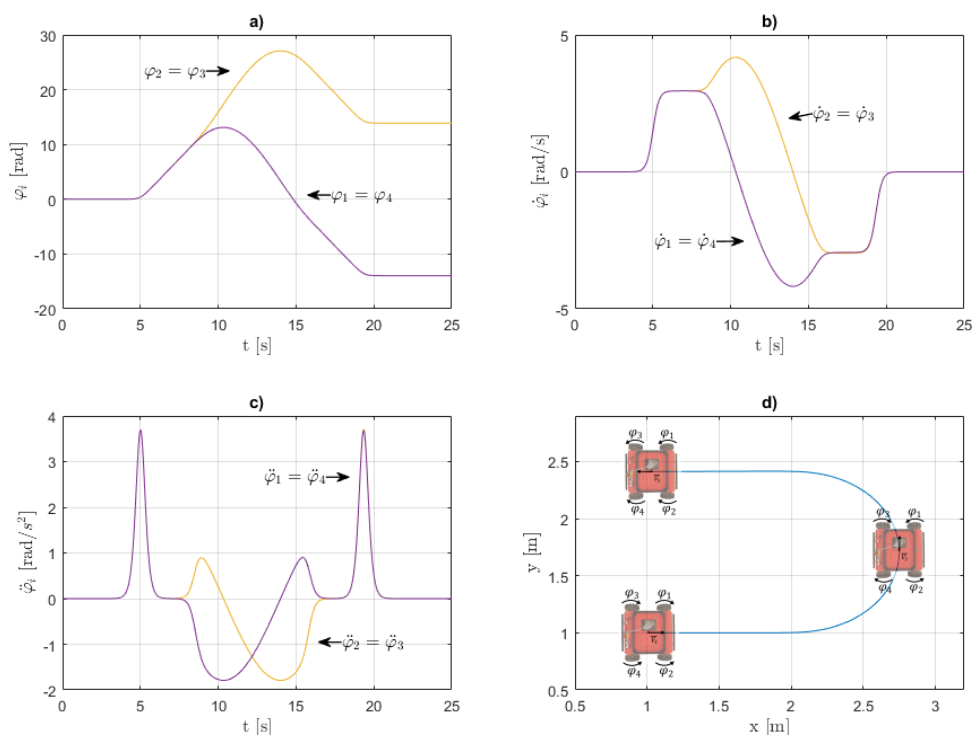
gdzie c_β – to parametr projektowy regulujący pochylenie funkcji sigmoidalnej, b_S – to czas rozpoczęcia ruchu po łuku, b_{S1} – czas zakończenia ruchu po łuku.

Analogicznie jak w przypadku prostego toru ruchu, wygenerowano zadane parametry kątowe *MRKM* umożliwiające realizację ruchu charakterystycznego punktu *S* po torze w kształcie łuku uwzględniając fazy rozruchu, ruchu ustalonego i hamowania wg. zależności (III.47-49). Dane zadanego toru ruchu zamieszczono w tabeli III.3.

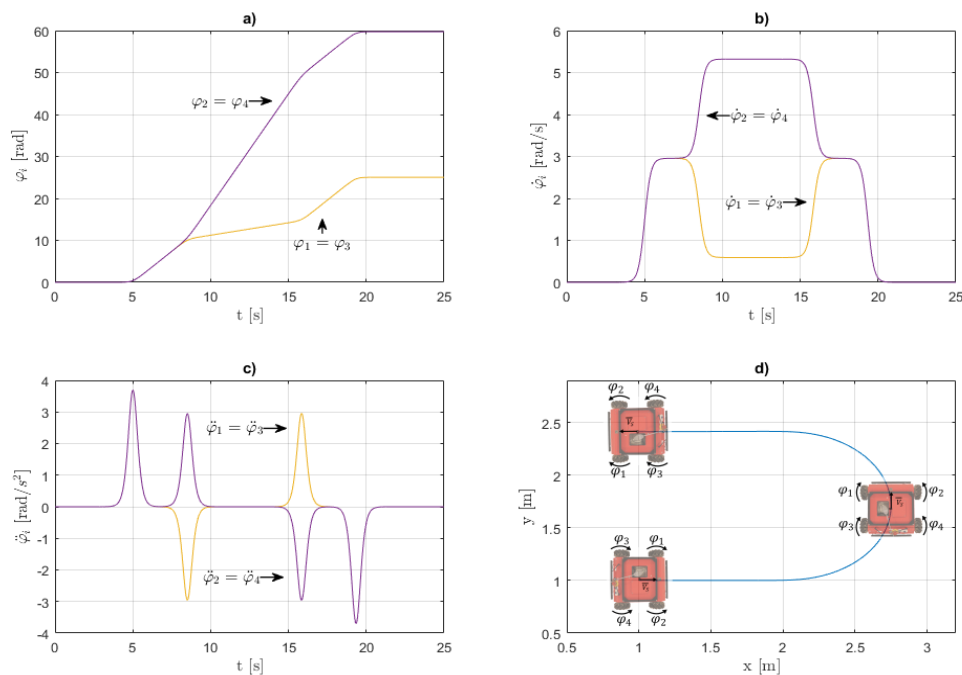
Tabela III.3 Dane zadanego toru ruchu punktu *S*

v_s^* [m/s]	c [1/s]	b [s]	b_1 [s]	γ [rad]	$\beta(0)$ [rad]	x_{s0} [m]	y_{s0} [m]	c_β [1/s]	b_s [s]	b_{s1} [s]	R_R [m]
0.3	5	5	19.34	0	0	1	1	5	8.5	15.84	0.7

Otrzymane parametry kątowe umożliwiające realizację zadanej trajektorii ruchu *MRKM* przedstawiono kolejno na rysunkach: III.6abcd dla wariantu w którym prędkość kątowna ramy robota nie zmienia się w czasie $\dot{\beta}(t) = 0$, III.7abcd dla wariantu w którym prędkość kątowna ramy robota zmienia się w czasie $\dot{\beta}(t) \neq 0$.



Rys.III.6. Uzyskane parametry kątowe umożliwiające realizację ruchu punktu *S* po zadanym torze z założeniem $\dot{\beta}(t) = 0$, a) kąty obrotu kół *MRKM*, b) prędkości kątowe kół *MRKM*, c) przyspieszenia kątowe kół *MRKM*, d) tor ruchu punktu *S* *MRKM*



Rys.III.7. Uzyskane parametry kątowe umożliwiające realizację ruchu punktu S po zadanym torze z założeniem $\dot{\beta}(t) \neq 0$, a) kąty obrotu kół $MRKM$, b) prędkości kątowe kół $MRKM$, c) przyspieszenia kątowe kół $MRKM$, d) tor ruchu punktu S $MRKM$

Przyjęte rozwiązania zadania odwrotnego kinematyki stanowiąc będą zadaną trajektorie ruchu w problemie sterowania ruchem nadeżnym robota dla projektowanych układów sterowania odpornego i neuronowego.

III.4 Dynamiczne równania ruchu robota

Wdrażanie zaawansowanych algorytmów sterowania dla mobilnych robotów wymaga głębokiego zrozumienia ich modeli matematycznych. Modele te są kluczowe dla zrozumienia dynamiki robota, która obejmuje zarówno jego ruch, jak i interakcje z otoczeniem. Szczególnie ważne jest to w kontekście robotów mobilnych, gdzie złożoność ruchu i interakcje z otoczeniem mogą prowadzić do skomplikowanych trajektorii.

Pierwszym krokiem w przeprowadzeniu syntezy algorytmu sterowania opartego na modelu jest przyjęcie matematycznego modelu robota. Model ten powinien uwzględniać opis najistotniejszych zjawisk występujących w obiekcie. W dalszych rozważaniach dynamiczne równania ruchu przyjęto w formie równań Maggiiego [27, 29].

III.4.1 Opis ruchu równaniami Maggiego

Ogólną formę tych równań zapisano w postaci

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + F(\dot{\varphi}) = u \quad (\text{III.56.})$$

gdzie macierze i wektory przyjmują formę:

$$M(q) = \begin{bmatrix} a_1 \sin \beta + a_2 \cos(\beta - \alpha) & a_2 \sin(\beta - \alpha) - a_1 \cos \beta & -a_3 \\ a_2 \cos(\beta + \alpha) - a_8 \sin(\beta - \alpha) & a_2 \sin(\beta + \alpha) - a_8 \cos(\beta - \alpha) & -a_4 \\ a_1 \cos \beta + a_2 \cos(\beta - \alpha) & a_2 \sin(\beta - \alpha) + a_1 \sin(\beta - \alpha) & a_3 \end{bmatrix}$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} -a_2 \sin(\beta - \alpha) \dot{\beta} & a_2 \cos(\beta - \alpha) \dot{\beta} & 0 \\ -a_2 \sin(\beta + \alpha) \dot{\beta} & a_2 \cos(\beta + \alpha) \dot{\beta} & 0 \\ -a_2 \sin(\beta - \alpha) \dot{\beta} & a_2 \sin(\beta - \alpha) \dot{\beta} & 0 \end{bmatrix}$$

$$F(\dot{\varphi}_i) = \begin{bmatrix} a_5 \operatorname{sgn} \dot{\varphi}_1 \\ a_6 \operatorname{sgn} \dot{\varphi}_3 \\ a_7 \operatorname{sgn} \dot{\varphi}_4 \end{bmatrix} \quad q = \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ \beta \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix}$$

Występujący w równaniu (III.56) wektor u – to wektor zawierający sygnały sterowań mobilnego robota, $F(\omega)$ wektor zawierający opory ruchu mobilnego robota. Wektor $a = [a_1, \dots, a_8]^T$ zawiera parametry wynikające z geometrii, rozkładu mas i oporów ruchu mobilnego, fizyczny sens parametrów jest następujący [29]:

$$a_1 = \frac{(m_r + 4m_k)k \cos \alpha}{2} [kgm]$$

$$a_2 = \frac{I_k}{2k} [kgm]$$

$$a_3 = [I_S + 4I_z + m_k(l^2 + l_1^2)]k/4c + \frac{I_k c}{2k} [kgm]$$

$$a_4 = \frac{I_k c}{2k} [kgm]$$

$$a_5 = N_1 f_1 [Nm]$$

$$a_6 = N_3 f_3 [Nm]$$

$$a_7 = N_4 f_4 [Nm]$$

$$a_8 = (m_r + 4m_k)k/2 [kgm]$$
(III.57)

gdzie $k = (R + r) \cos \alpha$, $c = l \cos \alpha + l_1 \sin \alpha$, I_z - masowy moment bezwładności koła obliczony względem osi z_{Aj} przechodzącej przez środek masy koła i prostopadłej do płaszczyzny ruchu, I_k - masowy moment bezwładności j-tego koła obliczony względem osi przechodzącej przez środek masy koła i prostopadłej do płaszczyzny koła, I_S – masowy moment bezwładności ramy MRKM względem osi przechodzącej przez środek masy prostopadle do płaszczyzny ramy, m_r – masa ramy mobilnego robota, m_k – masa koła mobilnego robota.

Na podstawie geometrii robota, mas i rozkładu mas, oszacowane zostały wartości I_z , I_k , I_S

$$I_z = \frac{1}{12} m_k l_k^2 = \frac{1}{12} \cdot 2.4 \cdot 0.04^2 = 0.00032 [kgm^2]$$

$$I_k = \frac{1}{2} m_k (R + r) = \frac{1}{2} \cdot 2.4 \cdot (0.09 + 0.0115) = 0.012 [\text{kgm}^2]$$

$$I_s = \frac{1}{12} m_r (2l_1^2 + 2l^2) = \frac{1}{12} \cdot 45 \cdot (0.44^2 + 0.68^2) = 2.46 [\text{kgm}^2]$$

Otrzymane wartości parametrów a_i , podano w tabeli III.4.

Tabela III.4. Wyznaczone parametry *MRKM*

a_1 [kgm]	a_2 [kgm]	a_3 [kgm]	a_4 [kgm]	a_5 [Nm]	a_6 [Nm]	a_7 [Nm]	a_8 [kgm]
1.38	0.083	0.016	0.001	0.050	0.050	0.050	1.95

Z przyjętego modelu matematycznego *MRKM* można wyznaczyć tylko 3 sygnały sterowania, a robot ma cztery układy wykonawcze, co czyni system nadmiarowym. Najczęściej stosowanym podejściem w takich systemach jest wspomniana w punkcie II.4 metoda alokacji, jednakże jak również wspomniano podejście takie jest niekorzystne ze względu na wysoką złożoność obliczeniową i implementacyjną systemu sterowania w czasie rzeczywistym.

Założone więc zostało że moc generowana przez układy wykonawcze *MRKM* jest taka sama. Z równań kinematyki (II.25-28) przy założeniu że prędkość kątowa ramy *MRKM* nie zmienia się w czasie $\dot{\beta}(t) = 0$, prędkości kątowe kół 2 i 3 powinny być takie same, to samo dotyczy pary kół 1 i 4. Zależność między tymi kołami można zapisać jako

$$\begin{aligned} M_1 \dot{\phi}_1 &= M_4 \dot{\phi}_4 \\ M_2 \dot{\phi}_2 &= M_3 \dot{\phi}_3 \end{aligned} \quad (\text{III.59})$$

Dodając stronami otrzymano

$$M_2 = M_4 + M_3 - M_1 \quad (\text{III.60})$$

Podobnie dla założenia że prędkość kątowa ramy *MRKM* zmienia się w czasie $\dot{\beta}(t) \neq 0$, prędkości kątowe kół 2 i 4 powinny być takie same, analogicznie jest w przypadku kół 1 i 3.

$$\begin{aligned} M_2 \dot{\phi}_2 &= M_4 \dot{\phi}_4 \\ M_1 \dot{\phi}_1 &= M_3 \dot{\phi}_3 \end{aligned} \quad (\text{III.61})$$

Po dodaniu stronami otrzymano

$$M_2 = M_4 + M_3 - M_1 \quad (\text{III.62})$$

Z równań (III.60), (III.62) wynika że kąt obrotu ramy robota $\dot{\beta}(t)$ nie ma wpływu na bilans mocy *MRKM*, aczkolwiek podczas wielu badań weryfikacyjnych stwierdzono iż moc poszczególnych układów wykonawczych *MRKM* różni się. Brakujący sygnał sterowania koła 2 wyznaczony zostanie z zależności

$$M_2 = a_s(|M_4| + |M_3| - |M_1|)sgn(\dot{\varphi}_{2d}) \quad (\text{III.63})$$

Gdzie $a_s = 0.99$ to dobrany współczynnik projektowy neutralizujący różnice mocy układów wykonawczych, $\dot{\varphi}_{2d}$ to zadana prędkość kąтова koła 2.

Do pełnej użyteczności przyjętego modelu dynamiki mobilnego robota kołowego, konieczne jest przeprowadzenie procesu identyfikacji parametrycznej czyli wybranie modelu parametrycznego najlepszego w danej klasie modeli matematycznych. Tematyka ta będzie przedstawiona w następnym rozdziale.

IV. Identyfikacja parametryczna

W dziedzinie robotyki mobilnej, identyfikacja parametryczna modeli matematycznych robotów odgrywa kluczową rolę w opracowywaniu skutecznych algorytmów sterowania. Szczególnie, w kontekście robotów wyposażonych w koła mecanum, złożoność ruchu i dynamika systemu wymagają szczegółowego podejścia do identyfikacji parametrów. W tym rozdziale skupiono się na identyfikacji modelu matematycznego *MRKM*, wykorzystując dwie metody: adaptacyjną oraz wsadową. Metoda adaptacyjna umożliwia identyfikację parametryczną w czasie rzeczywistym, w metodzie wsadowej której analiza odbywa się na bazie zebranego zestawu danych, identyfikacja odbywa się offline.

Wartości parametrów modelu matematycznego można oszacować za pomocą różnych estymatorów [12, 20, 40]. Dlatego też w literaturze pojawia się wiele prac dotyczących identyfikacji obiektów mechatronicznych [1, 11, 25, 37, 56, 71]. Ciekawe podejście do problemu identyfikacji zaproponowano w [11]. W pracy przedstawiono estymacje zmiennych instrumentalnych dla robotów przemysłowych poprzez wprowadzenie filtrów wstępnych w metodzie IDIM-PIV, aby uwzględnić charakterystyki szumów dodatkowych, zapewniając w ten sposób estymaty o niższej wariancji. Metoda identyfikuje zarówno nieliniowy model fizyczny robota, jak i model szumu wynikający z systemu sterowania sprzężenia zwrotnego. W [56] przedstawiono proces identyfikacji systemu czterokołowego robota mobilnego. Porównane zostały modele ARX i ARMAX, z których model ARX wykazuje lepsze dopasowanie. Badanie to podkreśla potencjał modeli parametrycznych w dokładnym reprezentowaniu dynamiki mobilnych robotów.

Istotnym zagadnieniem w procesie estymacji parametrów modelu matematycznego jest uzyskanie jak największej ilości informacji o właściwościach układu rzeczywistego. W niniejszym rozdziale przeprowadzono identyfikację parametryczną zgodnie z procedurą przedstawioną w [23].

IV.1 Identyfikacja parametryczna metodą adaptacyjną

Zapisując dynamiczne równania ruchu robota (III.56) w postaci liniowej względem wektora parametrów a (III.57) otrzymano

$$Y(q, \dot{q}, \ddot{q})a = u(t) \quad (IV.1)$$

gdzie n -wymiarowy wektor $u(t)$ zawiera dane wejściowe modelu, m -wymiarowy wektor a zawiera nieznanne parametry do estymacji, a macierz $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$ o wymiarach $n \times m$ jest macierzą sygnałów. Równanie (III.56) przekształcone do postaci (IV.1), nie może być bezpośrednio wykorzystane do estymacji parametrów, ze względu na trudno mierzalne sygnały przyspieszeń $\ddot{q}(t)$, a wyznaczenie tych wielkości przez różnicowanie numeryczne wprowadza duże błędy. Aby wyeliminować $\ddot{q}(t)$ w równaniu (IV.1), przefiltrowano obie strony równania przez filtrem dolnoprzepustowym $\lambda_f/D + \lambda_f$ [23], gdzie λ_f to dodatni, wybrany współczynnik filtru, $D = d/dt$ - operator różniczkowania.

W takim ujęciu, macierz zawartą w równaniu (IV.1.1) można zapisać jako

$$Y_f(q, \dot{q}) = \frac{\lambda_f}{D + \lambda_f} Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) \quad (\text{IV.2})$$

Analogicznie, sygnał sterowania $u(t)$ zapisano jako

$$u_f(t) = \frac{\lambda_f}{D + \lambda_f} u(t) \quad (\text{IV.3})$$

W założeniach analizy przyjęto, że wartości wektora parametrów a w kontekście równania IV.1 są przedmiotem estymacji i w analizie są one oznaczane jako \hat{a} , wówczas odpowiedź modelu matematycznego $\hat{u}_f(t)$ wyznacza się z zależności

$$\hat{u}_f = Y_f \hat{a} \quad (\text{IV.4})$$

a błąd predykcji wynosi

$$e = \hat{u}_f - u_f \quad (\text{IV.5})$$

gdzie u_f jest sygnałem mierzonym. Należy zauważyć, że wyjście u_f jest w rzeczywistości przefiltrowaną wersją fizycznego wejścia do robota.

W takim przypadku, błąd został zdefiniowany jako

$$e = Y_f \hat{a} - Y_f a = Y_f \tilde{a} \quad (\text{IV.6})$$

gdzie $\tilde{a} = \hat{a} - a$ jest błędem estymacji parametrów. Na podstawie błędu zdefiniowano kryterium estymacji

$$J(e) = e^T e \quad (\text{IV.7})$$

Zasadniczą koncepcją estymacji gradientowej jest nieustanne aktualizowanie parametrów w taki sposób, aby błąd predykcji został zmniejszony. Aktualizując parametry w kierunku odwrotnym do gradientu kwadratu błędu predykcji względem parametrów uzyskano

$$\dot{\hat{a}} = -2\Gamma Y_f^T e \quad (\text{IV.8})$$

gdzie: Γ - stała macierz diagonalna, dodatnio określona.

Zakładając, że oszacowane współczynniki są stałe, zależność (IV.8) jest zapisana jako

$$\dot{\tilde{a}} = -2\Gamma Y_f^T Y_f \tilde{a} \quad (\text{IV.9})$$

Aby potwierdzić stabilność rozważanej metody estymacji, zdefiniowano funkcję

$$V = \frac{1}{2} \tilde{a}^T \Gamma^{-1} \tilde{a} \quad (\text{IV.10})$$

Której pochodna wynosi

$$\dot{V} = \frac{1}{2} \dot{\tilde{a}}^T \Gamma^{-1} \tilde{a} + \frac{1}{2} \tilde{a}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{a}} = \tilde{a}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{a}} \quad (\text{IV.11})$$

Korzystając z zależności (IV.9), otrzymano

$$\dot{V} = -2\tilde{a}^T \Gamma^{-1} \Gamma Y_f^T Y_f \tilde{a} \quad (\text{IV.12})$$

Następnie, wykorzystując równanie błędu (IV.6), zależność (IV.12) wynosi

$$\dot{V} = -2e^T e \leq 0 \quad (IV.13)$$

Wynikająca z równania (IV.12), macierz $Y_f(q, \dot{q}, \ddot{q})$ zapisano jako

$$Y_f(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} \dot{y}_{f11} & \dots & \dot{y}_{f18} \\ \dot{y}_{f21} & \dots & \dot{y}_{f28} \\ \dot{y}_{f31} & \dots & \dot{y}_{f38} \end{bmatrix} \quad (IV.14)$$

a jej elementy mają następującą formę

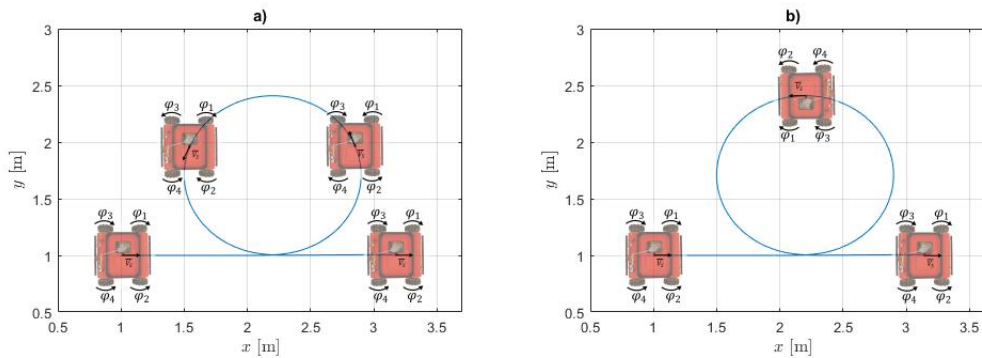
$$\begin{aligned} \dot{y}_{f11} &= (\ddot{x} \sin \beta - \ddot{y} \cos \beta - y_{f11}) \lambda_f, \dot{y}_{f13} = (-\ddot{\beta} - y_{f13}) \lambda_f, \dot{y}_{f14} = -y_{f14} \lambda_f \\ \dot{y}_{f12} &= (\ddot{x} \cos(\beta - \alpha) + \ddot{y} \sin(\beta - \alpha) - \dot{x} \dot{\beta} \sin(\beta - \alpha) + \dot{y} \dot{\beta} \cos(\beta - \alpha) - y_{f12}) \lambda_f, \\ \dot{y}_{f15} &= (\text{sgn} \omega_1 - y_{f15}) \lambda_f, \dot{y}_{f16} = -y_{f16} \lambda_f, \dot{y}_{f17} = -y_{f17} \lambda_f, \dot{y}_{f18} = y_{f18} \lambda_f, \\ \dot{y}_{f21} &= -y_{f21} \lambda_f, \dot{y}_{f23} = -y_{f23} \lambda_f, \dot{y}_{f24} = (-\ddot{\beta} - y_{f24}) \lambda_f, \dot{y}_{f25} = -y_{f25} \lambda_f, \\ \dot{y}_{f22} &= (\ddot{x} \cos(\beta + \alpha) + \ddot{y} \sin(\beta + \alpha) - \dot{x} \dot{\beta} \sin(\beta + \alpha) + \dot{y} \dot{\beta} \cos(\beta + \alpha) - y_{f22}) \lambda_f, \\ \dot{y}_{f26} &= (\text{sgn} \omega_3 - y_{f26}) \lambda_f, \dot{y}_{f27} = -y_{f27} \lambda_f, \dot{y}_{f31} = (\ddot{x} \cos \beta + \ddot{y} \sin \beta - y_{f31}) \lambda_f, \\ \dot{y}_{f28} &= (-\ddot{x} (\sin(\beta - \alpha)) + \ddot{y} \cos(\beta - \alpha) - y_{f28}) \lambda_f, \dot{y}_{f33} = (\ddot{\beta} - y_{f33}) \lambda_f \\ \dot{y}_{f32} &= (\ddot{x} \cos(\beta - \alpha) + \ddot{y} \sin(\beta - \alpha) - \dot{x} \dot{\beta} \sin(\beta - \alpha) + \dot{y} \dot{\beta} \cos(\beta - \alpha) - y_{f32}) \lambda_f, \\ \dot{y}_{f34} &= -y_{f34} \lambda_f, \dot{y}_{f35} = -y_{f35} \lambda_f, \dot{y}_{f36} = -y_{f36} \lambda_f, \dot{y}_{f37} = (\text{sgn} \omega_4 - y_{f37}) \lambda_f, \dot{y}_{f38} = \\ &= -y_{f38} \lambda_f \end{aligned}$$

Analogicznie przedstawiono sygnał sterowania u_f

$$\begin{aligned} u_f &= \begin{bmatrix} \dot{u}_{f1} \\ \dot{u}_{f3} \\ \dot{u}_{f4} \end{bmatrix}, \dot{u}_{f1} = (u_1 - u_{f1}) \lambda_f, \dot{u}_{f3} = (u_3 - u_{f3}) \lambda_f, \dot{u}_{f4} \\ &= (u_4 - u_{f4}) \lambda_f \end{aligned} \quad (IV.15)$$

Należy wspomnieć, że prawidłowa estymacja parametrów modelu jest uwarunkowana dobrym pobudzeniem układu rzeczywistego poprzez odpowiedni dobór zadanej trajektorii.

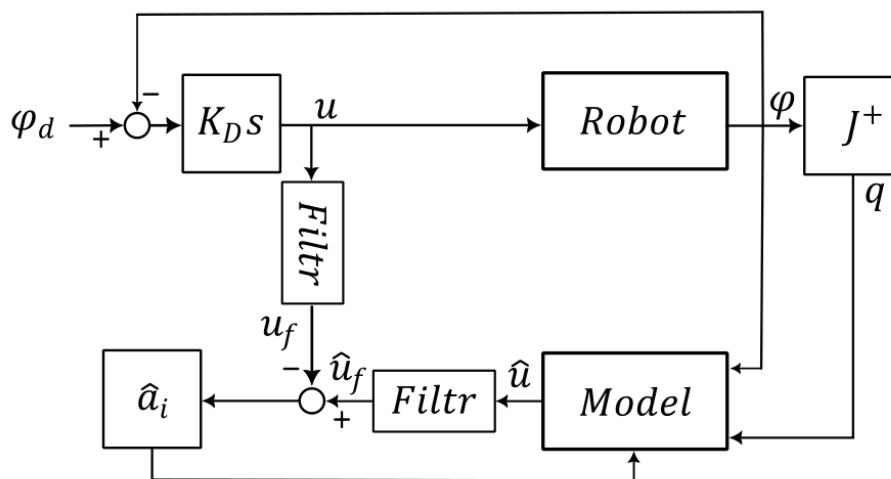
Eksperymenty pomiarowe przeprowadzono na stanowisku szybkiego prototypowania opisanym w punkcie VI.1. Założono że punkt S MRKM ma poruszać się po zadanym torze ruchu w formie pętli (rys. IV.1ab). Zadany tor ruchu punktu S wygenerowano na podstawie procedury opisanej w punkcie III.3.2 dla warunków początkowych podanych w tabeli IV.1. W eksperymencie pomiarowym przyjęto sterowanie PD o następujących nastawach: $\Lambda = 10I_{4 \times 4}$, $K_D = I_{4 \times 4}$.



Rys. IV.1. Zadany tor ruchu punktu S MRKM, a) pętla z założeniem że prędkość kątowna ramy robota nie zmienia się w czasie $\dot{\beta}(t) = 0$, b) pętla z założeniem że prędkość kątowna ramy robota zmienia się w czasie $\dot{\beta}(t) \neq 0$

Tabela IV.1 Dane zadanego toru ruchu punktu S

v_s^* [m/s]	c [1/s]	b [s]	b_1 [s]	γ [rad]	$\beta(0)$ [rad]	x_{s0} [m]	y_{s0} [m]	c_β [1/s]	b_s [s]	b_{s1} [s]	R_R [m]
0.3	5	5	27	0	0	1	1	5	9	23.68	0.7



Rys. IV.2. Schemat układu identyfikacji

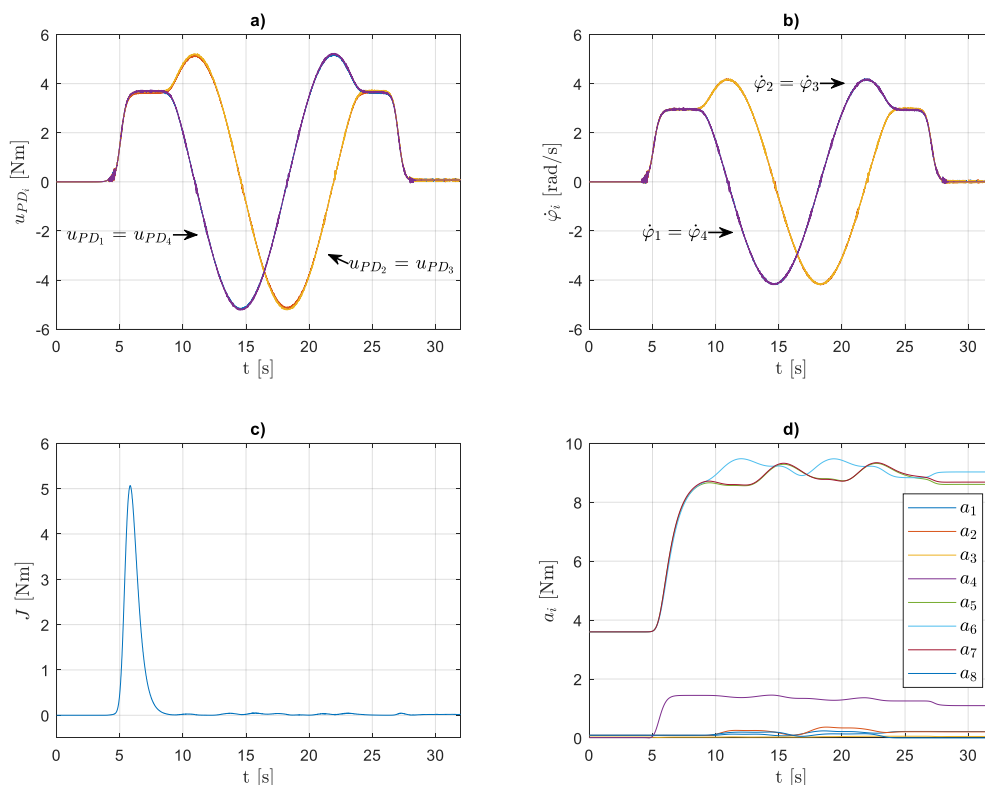
Na rys. IV.2 podano schemat identyfikacji parametrycznej gdzie:

- φ_d zadane parametry kątowne MRKM
- φ to zmierzone parametry kątowne MRKM
- $K_D s$ to blok regulatora PD generujący sygnał sterowania u
- Robot to robot mobilny Husarion Panther opisany w punkcie III.1
- J^+ przelicza otrzymane parametry kątowne na linowe wg. równania (III.33)
- Model to model matematyczny robota liniowy względem parametrów (IV.1)
- Filtry dolnoprzepustowe filtrujące sygnały momentów napędzających wygenerowanych przez regulator PD oraz model robota
- blok \hat{a}_i realizujący równanie (IV.8)

Procedura identyfikacji przeprowadzona została dla 8 parametrów opisanych w równaniach (III.57). Warunki początkowe ze względu na zastosowanie procedury gradientowej, wybrane zostały po licznych przeszukaniu przestrzeni parametrów, tak aby uniknąć ekstremum lokalnego funkcji celu (IV.7). Warunki początkowe procedury podano w tabeli IV.2.

Tabela IV.2. Warunki początkowe estymowanych parametrów

a_1 [kgm]	a_2 [kgm]	a_3 [kgm]	a_4 [kgm]	a_5 [Nm]	a_6 [Nm]	a_7 [Nm]	a_8 [kgm]
0.09	0.088	0.030	0.010	3.600	3.600	3.600	0.090



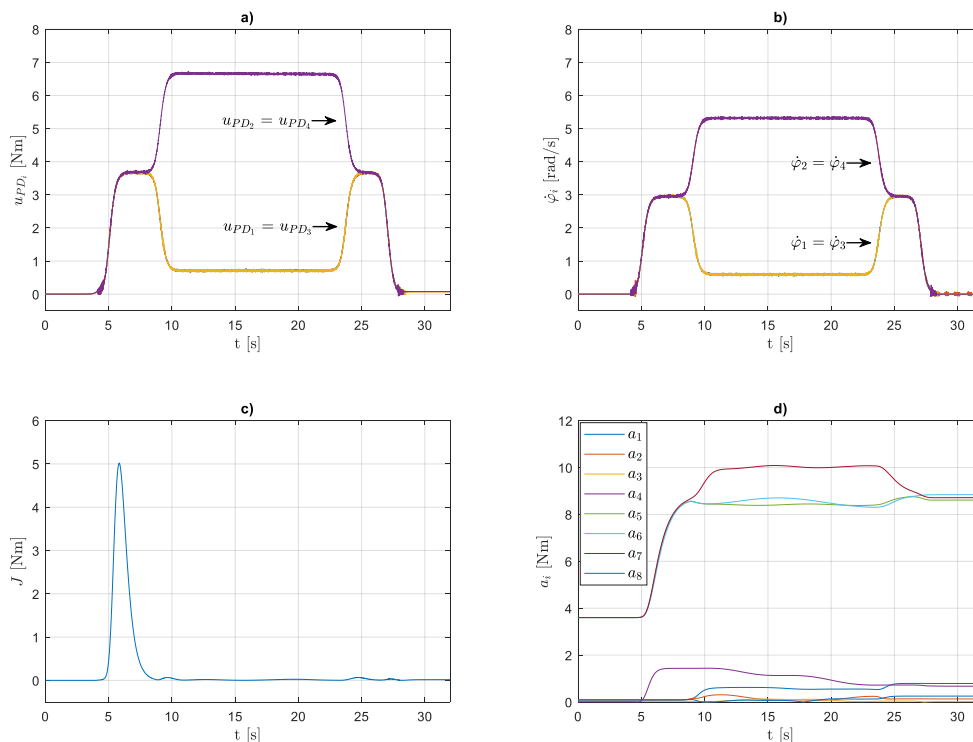
Rys. IV.3. Wyniki eksperymentu pomiarowego dla wariantu pętla $\dot{\beta}(t) = 0$, a) momenty napędowe kół MRKM, b) zmierzone prędkości kątowe kół MRKM, c) błąd estymacji, d) estymaty parametrów

Pierwszy wariant eksperymentu (rys. IV.3) obejmował tor ruchu punktu S w postaci pętli z założeniem, że prędkość kątowa obrotu ramy robota nie zmienia się w czasie $\dot{\beta}(t) = 0$. Uzyskane z eksperymentu pomiarowego wartości momentów napędowych przedstawiono na rys. IV.3a, natomiast prędkości kątowe kół są ilustrowane na rys. IV.3b. Przebieg kryterium estymacji przedstawiono na rys. IV.3c, największą wartość przyjmuje w początkowej fazie procesu estymacji, ze względu na przyjęte warunki początkowe, następnie dąży do zera, co wynika z dążenia estymowanych parametrów do wartości stałych. Zaobserwowano korelację pomiędzy trendami estymat parametrów a_5, a_6, a_7 (rys. IV.3d) oraz sygnałów sterowania u_i i prędkości kątowych φ_i w przedziale czasu

$10 < t < 15$ [s]. Zmienność tych wartości wynika ze zmiany kierunku obrotu kół mobilnego robota, co wpływa na zmianę oporów ruchu. Wartości oszacowanych w procesie identyfikacji parametrów przedstawiono w tabeli IV.3.

Tabela IV.3. Oszacowane wartości parametrów

a_1 [kgm]	a_2 [kgm]	a_3 [kgm]	a_4 [kgm]	a_5 [Nm]	a_6 [Nm]	a_7 [Nm]	a_8 [kgm]
0.21	0.206	0.04	1.09	8.60	9.02	8.68	0.05



Rys. IV.4. Wyniki eksperymentu pomiarowego dla wariantu pętla $\dot{\beta}(t) \neq 0$, a) momenty napędowe kół *MRKM*, b) zmierzone prędkości kątowe kół *MRKM*, c) błąd estymacji, d) estymaty parametrów

Drugi wariant to tor ruchu punktu S w postaci pętli z założeniem że prędkość kątowna obrotu ramy robota zmienia się w czasie $\dot{\beta}(t) \neq 0$. Rys. IV.4a. to momenty napędowe kół *MRKM*, rys. IV.4b to prędkości kątowne. Błąd estymacji (rys. IV.4c) po początkowym wzroście spowodowanym warunkami początkowymi estymacji dąży do wartości zerowych. Oszacowane parametry przedstawiono w tabeli IV.4.

Tabela IV.4. Oszacowane wartości parametrów

a_1 [kgm]	a_2 [kgm]	a_3 [kgm]	a_4 [kgm]	a_5 [Nm]	a_6 [Nm]	a_7 [Nm]	a_8 [kgm]
0.78	0.13	0.19	0.67	8.61	8.84	8.71	0.25

Oszacowane w procedurze identyfikacji adaptacyjnej parametry modelu *MRKM* osiągają zbliżone wartości dla obu wariantów eksperymentu. W obu przypadkach zauważalne są zmiany parametrów opisujących opory ruchu *MRKM* w zależności od prędkości kątowej kół. Wartości tych parametrów oscylują w okolicy 9 [Nm]. Warto zauważyć że otrzymane wartości parametrów oporów ruchu wyznaczone są dla maksymalnych prędkości kątowych kół *MRKM*, gdyż funkcja aproksymująca opory ruchu w modelu matematycznym (III.56) jest zależna od prędkości kątowych koła.

Analiza błędów pokazuje ich maksymalizację na początku procesu estymacji, co jest związane z różnicami między wartościami początkowymi a docelowymi estymowanych współczynników. W miarę postępu eksperymentu błędy te zmniejszają się, dążąc do zera po zakończonej fazie rozruchu *MRKM*, co pozwala na obserwację procesu estymacji parametrów do wartości bliskich wartościom docelowym. W obu przypadkach eksperymentu zauważalne są lekkie wzrosty wartości błędów estymacji podczas manewru wjazdu robota na zakręt, co również może wynikać z przyjętych warunków początkowych.

Opierając się na przeprowadzonych badaniach optymalizacji numerycznej, zaobserwowano, że zastosowany tor ruchu punktu *S* częściowo spełnia kryterium odpowiedniego pobudzenia analizowanego systemu. Oznacza to, że choć tor ruchu w pewnym stopniu umożliwi poprawną estymację parametrów, mogą występować ograniczenia w jej zdolności do pełnego pobudzenia wszystkich aspektów dynamiki systemu.

IV.2 Metoda wsadowa

W celu dokładnej estymacji parametrów modelu matematycznego mobilnego robota zdecydowano się na wykorzystanie metod identyfikacji offline. Proces identyfikacji przeprowadzono dla danych uzyskanych z eksperymentów pomiarowych identyfikacji metodą adaptacyjną.

W metodzie wsadowej [33] aktualizacja parametrów obliczana jest na podstawie średniego błędu dla wszystkich próbek uczących, innymi słowy gradient jest obliczany na podstawie błędu dla wszystkich próbek w zestawie danych, a następnie parametry są aktualizowane według

$$\hat{a}(k+1) = \hat{a}(k) - \frac{1}{n} \sum \Gamma Y_f^T e \quad (\text{IV.16})$$

gdzie n to liczba próbek w zestawie danych, Γ - stała macierz diagonalna, określona dodatnio.

Oszacowane wartości parametrów przedstawiono w tabeli IV.5

Tabela IV.5 Oszacowane wartości parametrów

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
$\hat{\beta}(t) = 0$	0.05	0.02	0.03	0.12	8.95	8.87	8.99	1.28
$\hat{\beta}(t) \neq 0$	0.18	0.16	0.04	0.21	8.66	8.69	9.81	0.23

Wyniki uzyskane metodą wsadową dają lepsze rezultaty niż te uzyskane metodą adaptacyjną, ponieważ cały zestaw danych jest dostępny od początku, co pozwala na dokładniejsze dostosowanie parametrów modelu i skutkuje bardziej reprezentatywnymi i stabilnymi wynikami estymacji.

IV.3 Walidacja

Dokładność odwzorowania modelu matematycznego MRKM z oszacowanymi parametrami zweryfikowano w przeprowadzonej w pakiecie Matlab/Simulink symulacji ruchu punktu S MRKM po torze w formie łuku opisanych w punkcie III.3.2. Wygenerowane w ten sposób sygnały sterowania u_s oraz wartości prędkości kątowe $\dot{\varphi}_s$ zestawiono z danymi otrzymanymi z eksperymentu pomiarowego.

Biorąc pod uwagę wyniki estymacji parametrów uzyskanych w procesie identyfikacji, a szczególnie otrzymane wartości parametrów a_5, a_6, a_7 , które estymują opory ruchu, w dalszych rozważaniach zmodyfikowano funkcję opisującą te opory w modelu matematycznym (III.56), przyjmując

$$\begin{aligned}
 F_1 &= f_1(\dot{\varphi}_1)\hat{a}_5 = \frac{1 - e^{-k_h\dot{\varphi}_1}}{1 + e^{-k_h\dot{\varphi}_1}}\hat{a}_5 \\
 F_3 &= f_3(\dot{\varphi}_3)\hat{a}_6 = \frac{1 - e^{-k_h\dot{\varphi}_3}}{1 + e^{-k_h\dot{\varphi}_3}}\hat{a}_6 \\
 F_4 &= f_4(\dot{\varphi}_4)\hat{a}_7 = \frac{1 - e^{-k_h\dot{\varphi}_4}}{1 + e^{-k_h\dot{\varphi}_4}}\hat{a}_7
 \end{aligned}
 \tag{IV.17}$$

gdzie $\hat{a}_5, \hat{a}_6, \hat{a}_7$ to wartości parametrów uzyskanych w procesie identyfikacji, $k_h = 0.3$ to parametr projektowy. Ta korekta wynika z pominięcia właściwości dynamicznych układów wykonawczych w modelu matematycznym robota.

Wprowadzono wskaźniki jakości w postaci pierwiastka błędu średniokwadratowego:

$$\varepsilon_1 = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i}
 \tag{IV.18}$$

gdzie $\varepsilon_i = \varphi_{zi} - \varphi_{si}$, φ_{zi} - prędkość kątowa zmierzona w eksperymencie

$$\varepsilon_2 = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \vartheta_i} \quad (\text{IV.19})$$

gdzie $\vartheta_i = u_{zi} - u_{si}$, u_{zi} - sygnał sterowania zmierzony w eksperymencie

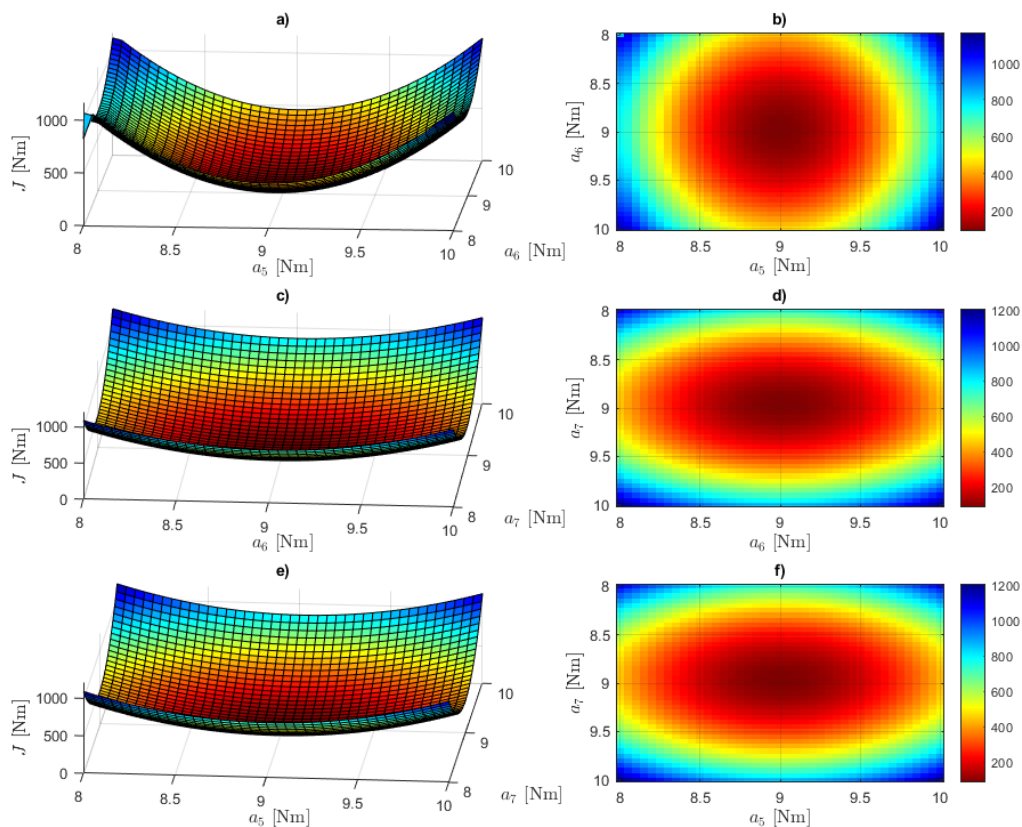
Tabela IV.6 Wartości wskaźników jakości

	Pętla $\dot{\beta}(t) = 0$		Pętla $\dot{\beta}(t) \neq 0$		Σ
	ε_1	ε_2	ε_1	ε_2	
Adaptacyjna $\dot{\beta}(t) = 0$	0.1242	0.3748	0.1217	0.3561	0.9769
Adaptacyjna $\dot{\beta}(t) \neq 0$	0.1186	0.3213	0.1191	0.4204	0.9794
Wsadowa $\dot{\beta}(t) = 0$	0.1104	0.1470	0.1036	0.1798	0.5408
Wsadowa $\dot{\beta}(t) \neq 0$	0.1095	0.1579	0.1027	0.1473	0.5225

Najlepsze wyniki otrzymano metodą wsadową, dla danych z pętli $\dot{\beta}(t) = 0$. Porównując wyniki z tabeli IV.6, zaobserwowano znaczną różnicę w sumie błędów między metodą adaptacyjną a wsadową.

Prawidłowe uwzględnienie dynamiki ruchu jest kluczowe dla zwiększenia dokładności i efektywności modelu, co ma istotne znaczenie dla właściwego modelowania i sterowania mobilnym robotem. Podkreśla to również ważność dokładnej analizy i interpretacji wyników identyfikacji, aby w pełni zrozumieć właściwości dynamiczne robota i efektywnie wykorzystać te informacje w praktyce.

W celu oceny graficznej oszacowania parametrów odpowiadających za opory ruchu *MRKM*, wygenerowana została powierzchnia kryterium estymacji parametrów. Następnie wykonany został rzut powierzchni na podprzestrzeń parametrów, co zostało przedstawione na rysunku IV.9. Graficzne przedstawienie tych zależności umożliwia szybką i intuicyjną analizę co pozwala na lepsze zrozumienie zależności między różnymi parametrami.



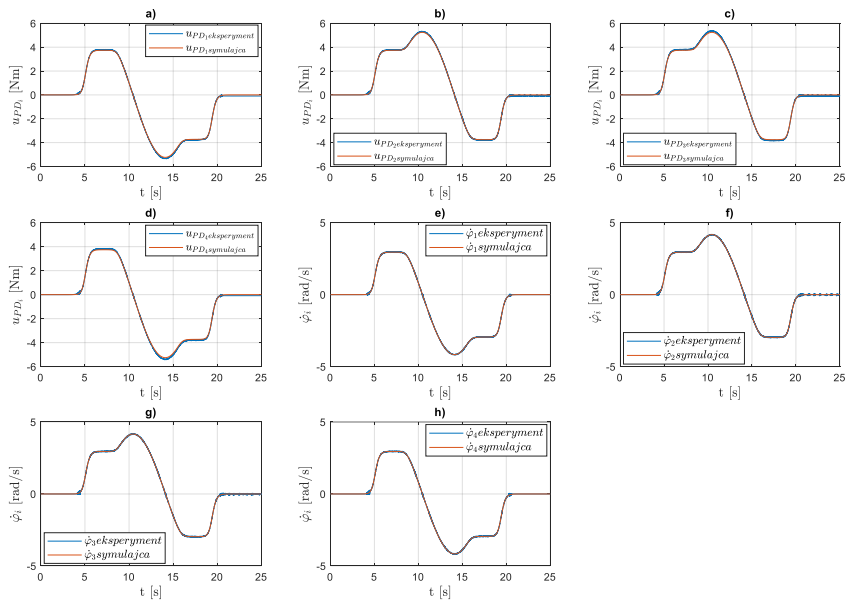
Rys. IV.9. a) Powierzchnia kryterium estymacji parametrów a_5 , a_6 , b) rzut na podprzestrzeń parametrów a_5 , a_6 , c) powierzchnia kryterium estymacji parametrów a_5 , a_7 , d) rzut na podprzestrzeń parametrów a_5 , a_7 , e) powierzchnia kryterium estymacji parametrów a_6 , a_7 , f) rzut na podprzestrzeń parametrów a_6 , a_7

Parametry związane z oporami ruchu uzyskane w procesie identyfikacji metodą wsadową dla przebiegu pętla $\dot{\beta}(t) \neq 0$ uśredniono na podstawie uzyskanych powierzchni parametrów, finalne oszacowane parametry modelu przedstawiono w tabeli IV.7.

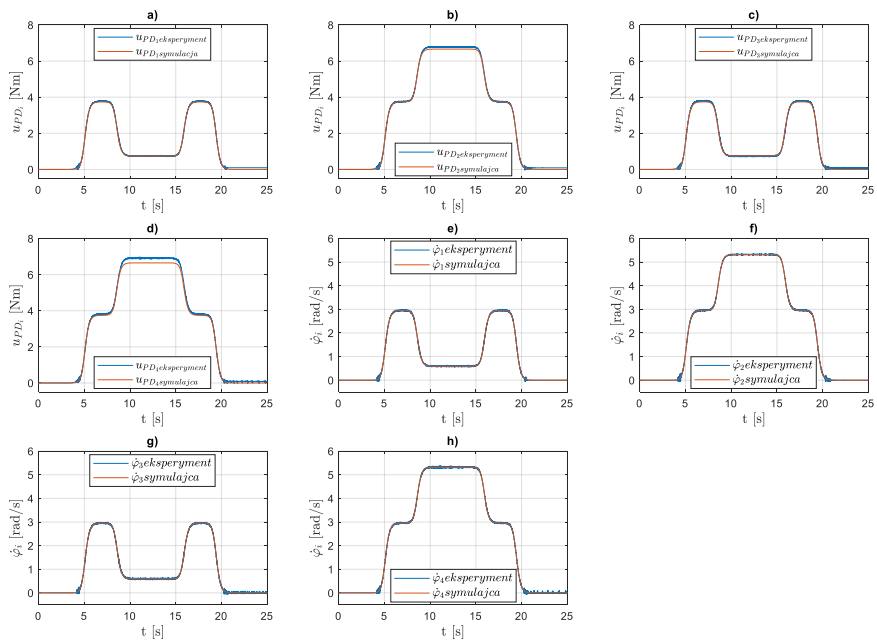
Tabela IV.7 Oszacowane wartości parametrów

a_1 [kgm]	a_2 [kgm]	a_3 [kgm]	a_4 [kgm]	a_5 [Nm]	a_6 [Nm]	a_7 [Nm]	a_8 [kgm]
0.18	0.16	0.04	0.21	9	9	9	0.23

Przeprowadzono symulacje ruchu punktu S MRKM dla parametrów z tabeli IV.7. Przebiegi uzyskanych z symulacji prędkości kątowych oraz momentów napędowych, zestawionych z danymi zmierzonymi w eksperymencie pomiarowym przeprowadzonym dla parametrów kątowych wygenerowanych w punkcie III.3 przedstawione są na rys. IV.9.



Rys. IV.9. Porównanie przebiegów symulacyjnych z przebiegami walidacyjnymi dla toru ruchu punktu S w kształcie łuku z założeniem $\beta(t) = 0$: a) sygnał sterowania koła 1, b) sygnał sterowania koła 2, c) sygnał sterowania koła 3, d) sygnał sterowania koła 4, e) prędkość kątowna koła 1, f) prędkość kątowna koła 2, g) prędkość kątowna koła 3, h) prędkość kątowna koła 4



Rys. IV.10. Porównanie przebiegów symulacyjnych z przebiegami walidacyjnymi dla toru ruchu punktu S w kształcie łuku z założeniem $\beta(t) \neq 0$: a) sygnał sterowania koła 1, b) sygnał sterowania koła 2, c) sygnał sterowania koła 3, d) sygnał sterowania koła 4, e) prędkość kątowna koła 1, f) prędkość kątowna koła 2, g) prędkość kątowna koła 3, h) prędkość kątowna koła 4

Parametry modelu matematycznego *MRKM* zostały oszacowane w sposób satysfakcjonujący, co potwierdzają wyniki walidacyjne zaprezentowane na rysunkach IV.9-10 oraz wartości wskaźników jakości (IV.18-19) zamieszczone w tabeli IV.8. Proces walidacji, wykazał wysoką zgodność oszacowanych parametrów z rzeczywistym zachowaniem robota. Uzyskane dopasowanie parametrów modelu do danych empirycznych potwierdza adekwatność zastosowanego podejścia do modelowania, co jest kluczowe dla zapewnienia precyzyjnego i efektywnego sterowania robota. Pomyślny wynik procesu walidacji świadczy o wiarygodności oszacowań, co jest niezbędne dla dalszych zastosowań modelu w zaawansowanych symulacjach oraz w rzeczywistych scenariuszach funkcjonowania mobilnego robota.

Tabela IV.8 Wartości wskaźników jakości

Pętla $\hat{\beta}(t) = 0$		Pętla $\hat{\beta}(t) \neq 0$		Σ
ε_1	ε_2	ε_1	ε_2	
0.0983	0.1350	0.0897	0.1759	0.5090

IV.4 Wnioski

Analizując oszacowane parametry, zauważono, że ich wartości różnią się w zależności od zmiany kąta obrotu ramy robota. Wartości parametrów odpowiadających oporom ruchu mobilnego robota oscylują wokół wartości 9 [Nm], co wskazuje na ich stałość niezależnie od warunków eksperymentalnych. Maksymalizacja błędów na początku procesu estymacji jest związana z różnicami między wartościami początkowymi a docelowymi estymowanych współczynników. W miarę postępu eksperymentu błędy te zmniejszają się, co wiąże się z procesem dostosowywania się estymowanych współczynników do wartości bliskich wartościom docelowym. Zwiększenie błędów estymacji podczas manewru zakreću robota może wynikać z przyjętych warunków początkowych. Zastosowany tor ruchu punktu *S* częściowo spełnia kryterium odpowiedniego pobudzenia analizowanego systemu. Oznacza to, że choć tor ruchu umożliwia poprawną estymację parametrów, mogą występować ograniczenia w jej zdolności do pełnego pobudzenia wszystkich aspektów dynamiki systemu. Wyniki uzyskane metodą wsadową dają lepsze rezultaty niż te uzyskane metodą adaptacyjną. Metoda wsadowa umożliwia lepszą kontrolę nad procesem optymalizacji, co skutkuje bardziej reprezentatywnymi i stabilnymi wynikami estymacji. Jest to szczególnie istotne przy złożonych przebiegach danych, zawierających różnorodne charakterystyki ruchu. Proces walidacji wykazał zgodność oszacowanych parametrów z rzeczywistym zachowaniem robota. Uzyskane dopasowanie parametrów modelu do danych empirycznych potwierdza adekwatność zastosowanego podejścia do modelowania, co jest kluczowe dla zapewnienia precyzyjnego i efektywnego sterowania robota.

Przeprowadzona identyfikacja parametryczna dostarcza cennych informacji na temat dynamiki modelu matematycznego *MRKM*, oszacowane parametry zostaną wykorzystane do syntezy zaawansowanych algorytmów sterowania nadążnego mobilnym robotem.

V. Sterowanie ruchem nadeżnym robota

Jednym z podstawowych zadań robotyki mobilnej w przestrzeni roboczej bez przeszkód jest sterowanie nadeżne. W tym sterowaniu zakłada się, że wybrany punkt mobilnego robota ma przemieszczać się po zadanym torze ruchu. Do rozwiązania tego zadania, z zadania odwrotnego kinematyki wyznaczamy parametry kątowe kół napędzających oraz kąt orientacji ramy, a następnie wyznaczamy momenty napędzające koła jezdne, takie aby były spełnione warunki $q \rightarrow q_d, \dot{q} \rightarrow \dot{q}_d$ dla $t \rightarrow \infty$.

W rozdziale przedstawione zostaną dwie metody sterowania ruchem nadeżnym *MRKM*. Pierwszą metodą jest sterowanie odporne. Druga metoda to sterowanie neuronowe.

Do oceny jakości układu sterowania nadeżnego *MRKM*, wprowadzono zestaw wskaźników przyjęto następujące wskaźniki, ograniczone do oceny ruchu dla koła nr 1 oraz koła nr 2:

- maksymalna wartość błędu kąta obrotu kół *MRKM*

$$\begin{aligned} e_i &= (\varphi_{d_i} - \varphi_i) \\ e_{max(.)} &= |e_i| \end{aligned} \quad (V.1)$$

- maksymalna wartość błędu prędkości kątowej kół *MRKM*

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= (\dot{\varphi}_{d_i} - \dot{\varphi}_i) \\ \dot{e}_{max(.)} &= |\dot{e}_i| \end{aligned} \quad (V.2)$$

- pierwiastek średniokwadratowy dla kątów obrotu koła

$$\varepsilon_i = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n e_i^2} \quad (V.3)$$

gdzie k jest liczbą kolejnych pomiarów dyskretnych,

- pierwiastek średniokwadratowy dla prędkości kątowej

$$\dot{\varepsilon}_i = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \dot{e}_i^2} \quad (V.4)$$

- maksymalna odległość

$$\begin{aligned} d_k &= \sqrt{(x_{Sk} - x_{dSk})^2 + (y_{Sk} - y_{dSk})^2} \\ d_{max} &= \max(d_k) \end{aligned} \quad (V.5)$$

Przyjęte wskaźniki jakości posłużą jako podstawa do oceny wyników, umożliwiając efektywną analizę i interpretację przeprowadzonych pomiarów.

V.1 Sterowanie odporne

W metodzie sterowania odpornego, wykorzystując dostępną wiedzę o obiekcie, określa się dokładność modelu poprzez przewidywanie zakresu zmienności każdego z parametrów. Na tej podstawie projektuje się regulator, który składa się z dwóch części: członu kompensującego nieliniowości obiektu oraz członu stabilizującego. Celem jest zapewnienie, aby układ zamknięty funkcjonował prawidłowo dla każdego obiektu mieszczącego się w określonych granicach zmienności parametrów. Gdy układ sterowania, na który działają zakłócenia parametryczne i nieparametryczne, jest stabilny i zapewnia założoną dokładność sterowania, określa się go jako odporny na zakłócenia [58, 59, 66].

V.1.1 Synteza sterowania odpornego

W syntezie odpornego układu sterowania nadążnego *MRKM* należy wyznaczyć takie prawo sterowania u , aby dla warunków początkowych $[q(0), \dot{q}(0)] \in \Omega$, gdzie $\Omega = [(q, \dot{q}): q_d(0) = q(0), \dot{q}_d(0) = \dot{q}(0)]$ rozwiązanie $q[t, q(0), \dot{q}(0)]$, $\dot{q}[t, q(0), \dot{q}(0)]$ jest zbieżne z wielkością docelową Ω_d zdefiniowaną jako: $\Omega_d = [(q, \dot{q}): q = q_d, \dot{q} = \dot{q}_d]$. Oznacza to, że prawo sterowania u musi być zaprojektowane tak, aby trajektoria robota, zarówno pozycja q jak i prędkość \dot{q} , były zbieżne do trajektorii zadanej q_d , \dot{q}_d niezależnie od warunków początkowych robota [58, 59, 66].

Przyjęty model matematyczny robota przedstawiony w punkcie III.3 jest liniowy ze względu na parametry a_i . Wykorzystując tę własność, równanie dynamiki zapisane zostało w postaci

$$Y(\ddot{q}, \dot{q}, q)a + \tau_d(t) = u \quad (\text{V.6})$$

gdzie $Y(\ddot{q}, \dot{q}, q)$ jest macierzą znanych funkcji, a_i jest wektorem parametrów modelu matematycznego robota, τ_d to wektor zakłóceń. Idealna kompensacja wymaga bardzo dokładnej znajomości wektora parametrów robota a_i , co w praktyce jest problematyczne do zrealizowania. Założono, że w danej klasie modeli matematycznych (III.56) występują niedokładności parametryczne modelowania, co oznacza, że istnieje wektor parametrów \hat{a}_i oraz wektor a_Δ o dodatnich elementach spełniający zależność

$$|\hat{a}_i - a_i| \leq a_{\Delta_i}, \quad i = 1, 2, \dots, 8 \quad (\text{V.7})$$

\hat{a}_i to ocena parametru a_i , a a_{Δ_i} to ograniczenie zmian wartości i -tego parametru.

Definiując błąd nadążania e , płaszczyznę ślizgową s oraz wektor pomocniczy v jako

$$\begin{aligned} e &= q - q_d \\ s &= \dot{e} + \Lambda e \\ v &= \dot{q}_d - \Lambda e \end{aligned} \quad (\text{V.8})$$

gdzie Λ jest macierzą diagonalną dodatnio określoną. Wtedy równanie (III.56) można zapisać jako

$$M(q)\dot{s} = -u + \tau_d(t) - C(q, \dot{q})s + Y_v(q, \dot{q}, v, \dot{v})a \quad (\text{V.9})$$

gdzie $Y_v(q, \dot{q}, v, \dot{v})a = M(q, a)\dot{v} + C(q, \dot{q}, a)v + F(\dot{q}, a)$

Jako kandydata na funkcję Lapunowa wytypowano funkcję

$$V = 0.5s^T M(q)s \quad (\text{V.10})$$

Pochodna funkcji V względem czasu wynosi

$$\dot{V} = s^T M(q)\dot{s} + 0.5s^T \dot{M}(q)s \quad (\text{V.11})$$

Podstawiając do równania (V.9) do (V.11) i zakładając, że nie ma zmiany orientacji ramy podczas ruchu robota $\dot{\beta}(t) = \text{const}$ otrzymamy

$$\dot{V} = s^T [-u + \tau_d(t) + Y_v(q, \dot{q}, v, \dot{v})a] \quad (\text{V.12})$$

Wybrano sygnał sterowania o zmiennej strukturze:

$$u = u_{eq} - ksgn(s) - K_D s \quad (\text{V.13})$$

gdzie u_{eq} jest sterowaniem równowaznym, którego zadaniem jest kompensacja nieliniowości obiektu, $ksgn(s)$ to regulator ślizgowy, K_D jest stałą, zdefiniowaną dodatnio macierzą projektową wzmocnień regulatora PD

$$K_D s = K_D \dot{e} + K_D \Lambda e \quad (\text{V.14})$$

Wprowadzając równania (V.13), (V.14) do równania (V.12) otrzymano

$$\dot{V} = s^T [-u_{eq} - ksgn(s) - K_D s + \tau_d(t) + Y_v(q, \dot{q}, v, \dot{v})a] \quad (\text{V.15})$$

Sygnał sterowania równowaznego zapisano w formie

$$u_{eq} = Y_v(q, \dot{q}, v, \dot{v})\hat{a} \quad (\text{V.16})$$

Uwzględniając (V.16) otrzymano

$$\dot{V} = s^T [Y_v(q, \dot{q}, v, \dot{v})\tilde{a} - ksgn(s) - K_D s + \tau_d(t)] \quad (\text{V.17})$$

gdzie $\tilde{a} = a - \hat{a}$. Wyrażenie w nawiasach kwadratowych można zapisać jako

$$\begin{aligned} & Y_v(\dot{q}, v, \dot{v})\tilde{a} - ksgn(s) + \tau_d(t) \\ &= \left\{ \sum_{i=1}^N Y_{vij}(q, \dot{q}, v, \dot{v})\tilde{a}_i - k_i sgn(s_i) + \tau_d(t) \right\}^T \end{aligned} \quad (\text{V.18})$$

wybrano współczynnik wzmocnienia ruchu ślizgowego

$$k_i = \sum_{i=1}^N |Y_{vij}(q, \dot{q}, v, \dot{v})| a_{\Delta} + b_i + \eta_i \quad (\text{V.19})$$

gdzie $|\tau_{d_i}(t)| \leq b_i$

$$\dot{V} \leq -s^T K_D s - \sum_{i=1}^3 \eta_i |s_i| \quad (\text{V.20})$$

Warunek (V.20) gwarantuje, że trajektoria układu osiągnie powierzchnię ślizgową w skończonym czasie i pozostanie na niej. Zatem błąd nadążania będzie dążył do zera.

Funkcja $sgn(s_i)$ występująca w sygnale sterowania (V.13) powoduje dużą częstość przełączeń układu wykonawczego. W celu uniknięcia dużej częstości przełączeń układu wykonawczego wprowadza się aproksymację funkcji signum o postaci

$$\text{sat}\left(\frac{s_i}{\Phi_i}\right) = \begin{cases} sgn(s_i), & |s_i| > \Phi_i \\ \frac{s_i}{\Phi_i}, & |s_i| \leq \Phi_i \end{cases} \quad (\text{V.21})$$

gdzie Φ_i to otoczenie powierzchni ślizgowej $S_i = 0$

Jeżeli warunek ruchu ślizgowego jest spełniony (V.20) oraz $\dot{e}(0) = q(0) - q_d(0) = 0$, wówczas w skończonym czasie zapewniona jest dokładność sterowania [59].

$$\forall t \geq 0, |s(t)| \leq \Phi \Rightarrow \forall t \geq 0, |\dot{e}_i(t)| \leq (2\lambda)^i e_i, e = \Phi/\lambda^{n-1} \quad (\text{V.22})$$

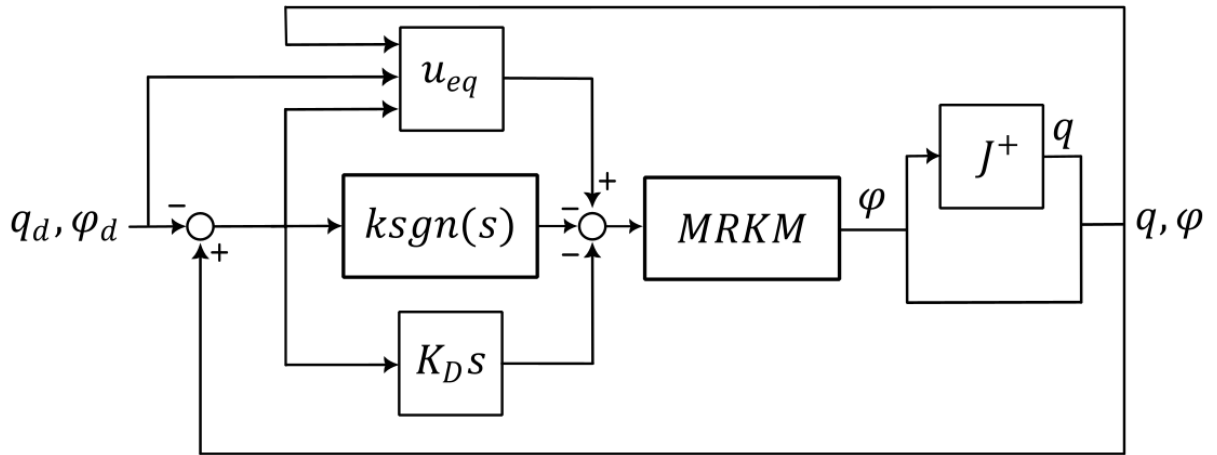
gdzie n jest rzędem sterowalnego obiektu, $i = 0, 1, \dots, n - 1$, to pochodna.

V.1.2 Badania symulacyjne ruchu robota

W celu weryfikacji zaproponowanego sterowania odpornego, przeprowadzono symulacje numeryczne w programie Matlab/Simulink, na torze ruchu punktu S w kształcie prostej oraz łuku wyznaczonych w punkcie III.3. Tabela V.1 zawiera nominalne parametry robota wyznaczone w punkcie IV. Schemat układu sterowania przedstawiono na Rys. V.1. Zrealizowane przez *MRKM* parametry kinematyczne są w formie kątowej, natomiast model robota zależy od parametrów liniowych, przeliczenie następuje korzystając z zależności (III.33).

Tabela V.1 Oszacowane wartości parametrów

a_1 [kgm]	a_2 [kgm]	a_3 [kgm]	a_4 [kgm]	a_5 [Nm]	a_6 [Nm]	a_7 [Nm]	a_8 [kgm]
0.18	0.16	0.04	0.21	9	9	9	0.23



Rys. V.1. Schemat układu sterowania nadążnego

Elementy schematu przedstawionego na rys. V.1:

- $MRKM$ to model matematyczny mobilnego robota
- φ_d zadane parametry kątowe $MRKM$
- q_d zadane parametry kątowe $MRKM$
- φ to zrealizowane parametry kątowe $MRKM$
- q to zrealizowane parametry liniowe $MRKM$
- J^+ przelicza otrzymane parametry kątowe na linowe wg. równania (III.33)
- $K_D s$ to blok regulatora PD
- u_{eq} to sterowanie równoważne
- $ksgn(s)$ to regulator ślizgowy

Macierz znanych funkcji z równania (V.6) w omawianym przypadku ma postać

$$Y(\dot{q}, q, \dot{v}, v) = \begin{bmatrix} \dot{v}_1 \sin \beta - \dot{v}_2 \cos \beta & \dot{v}_1 \cos(\beta - \alpha) + \dot{v}_2 \sin(\beta - \alpha) - v_1 \sin(\beta - \alpha) \dot{\beta} + v_2 \cos(\beta - \alpha) \dot{\beta} \\ 0 & \dot{v}_1 \cos(\beta + \alpha) + \dot{v}_2 \sin(\beta + \alpha) - v_1 \sin(\beta + \alpha) \dot{\beta} + v_2 \cos(\beta + \alpha) \dot{\beta} \\ \dot{v}_1 \cos \beta - \dot{v}_2 \sin \beta & \dot{v}_1 \cos(\beta - \alpha) + \dot{v}_2 \sin(\beta - \alpha) - v_1 \sin(\beta - \alpha) \dot{\beta} + v_2 \cos(\beta - \alpha) \dot{\beta} \\ -\dot{v}_3 & 0 & f_1(\phi_1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\dot{v}_3 & 0 & f_3(\phi_3) & 0 & -v_1 \sin(\beta - \alpha) + v_2 \cos(\beta + \alpha) \\ \dot{v}_3 & 0 & 0 & 0 & f_4(\phi_4) & 0 \end{bmatrix}$$

W testach symulacyjnych jak i weryfikacjach przyjęte zostało zakłócenie w formie zmiany oporów ruchu $MRKM$, pozostałe wartości zmian parametrów a_Δ w równaniu (V.19) wynoszą zero, co powoduje iż wzmacnienia sterowania ślizgowego zależą wyłącznie od a_{Δ_5} , a_{Δ_6} , a_{Δ_7} . Wzmacnienia sterowania ślizgowego z równania (V.19) zapisano jako

$$k_1 = |f_1(\dot{\varphi}_1)|a_{\Delta_5} + \eta_1$$

$$k_3 = |f_3(\dot{\varphi}_3)|a_{\Delta_6} + \eta_3$$

$$k_4 = |f_4(\dot{\varphi}_4)|a_{\Delta_7} + \eta_4$$

W symulacjach przyjęto parametry układu sterowania nadążnego przedstawione w tab.V.2

Tabela V.2 Parametry układu sterowania nadążnego

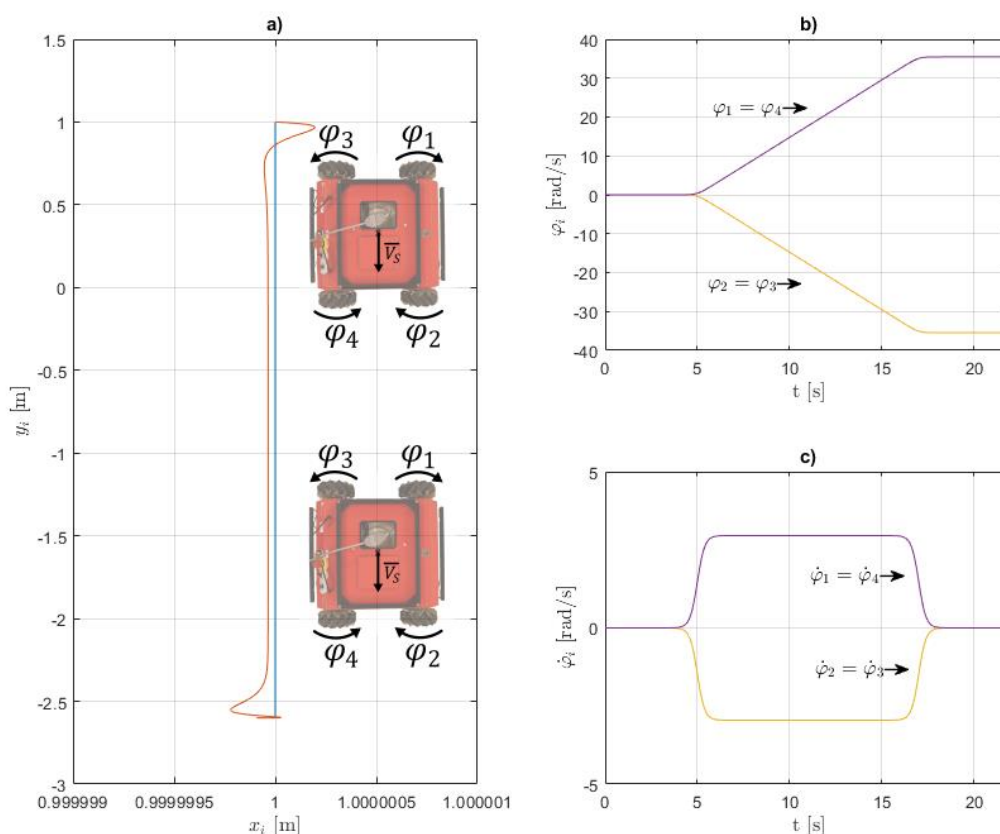
K_D	Λ	η_i	Φ_i
$I_{4 \times 4}$	$2I_{4 \times 4}$	0.01	± 0.35

Pierwszy test

Pierwsza symulacja zakładała że charakterystyczny punkt S *MRKM* porusza się po torze prostoliniowym omówionym w punkcie III.3.1 z danymi zadanego toru ruchu zamieszczonymi w tabeli V.3.

Tabela V.3 Dane zadanego toru ruchu punktu S

v_s^* [m/s]	c [1/s]	b [s]	b_1 [s]	γ [rad]	β_z [rad]	x_{s0} [m]	y_{s0} [m]
0.3	5	5	17	$-\pi/2$	0	1	1

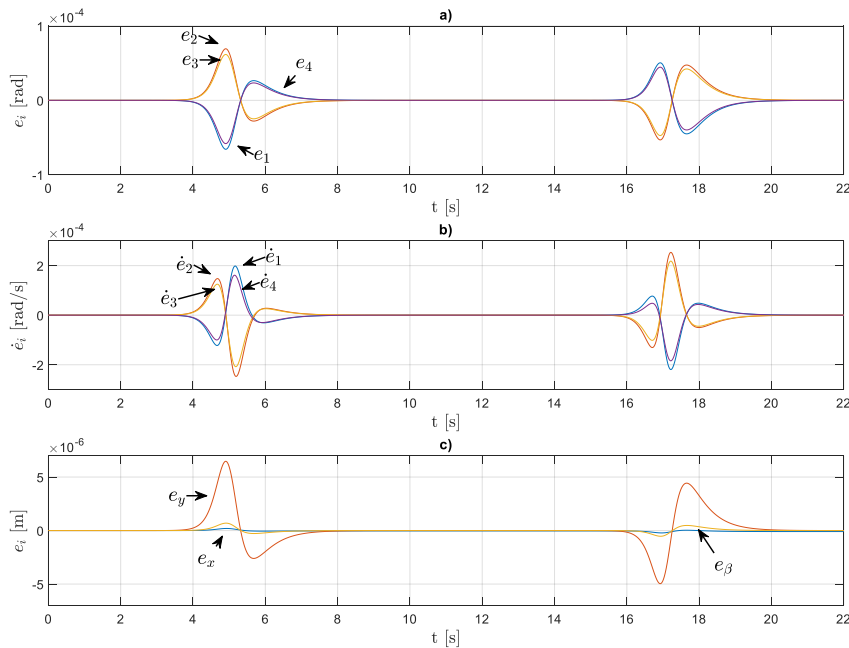


Rys. V.2. Rezultaty symulacji sterowania odpornego: a) zadany i zrealizowany tor ruchu punktu S , b) kąty obrotu kół *MRKM*, c) prędkość kątowna kół *MRKM*

Ustawienie zadanego kąta wektora prędkości punktu S $\gamma = -\pi/2$ w stosunku do początkowego kąta obrotu ramy robota $\beta(0) = 0$ powoduje że przebiegi parametrów kątowych kół powinny przyjmować zbliżone wartości w przypadku kół 1 i 4 oraz 2 i 3, otrzymane kąty obrotu przedstawiono na rys. V.2a, prędkości kątowne na rys. V.2b. Porównanie zadanego (linia niebieska) i zrealizowanego (linia pomarańczowa) toru ruchu punktu S zamieszczono na rys. V.2a, zaobserwowano utrzymujący się stały błąd statyczny.

Przebiegi błędów nadążania *MRKM* otrzymane z symulacji zamieszczono na rys. V.3abc, błąd nadążania kół *MRKM* ma rząd wielkości 10^{-4} . Powstałe w fazach rozruchu i

hamowania błędy kompensowane są przez układ sterowania nadążnego i dążą do wartości bliskich zero. Przebiegi trajektorii fazowej błędu nadążania przedstawione na rys. V.4abcd mają zbliżony charakter dla kół 1 i 4 oraz 2 i 3, co jest następstwem zadanych parametrów kątowych, trajektoria fazowa po pojawieniu się błędów związanych z fazą rozruchu i hamowania wraca na bliskie otoczenie $s_i = 0$. Niewielkie, widoczne różnice wartości błędów nadążania związane są z nierównościami mocy układów wykonawczych rzeczywistego robota.

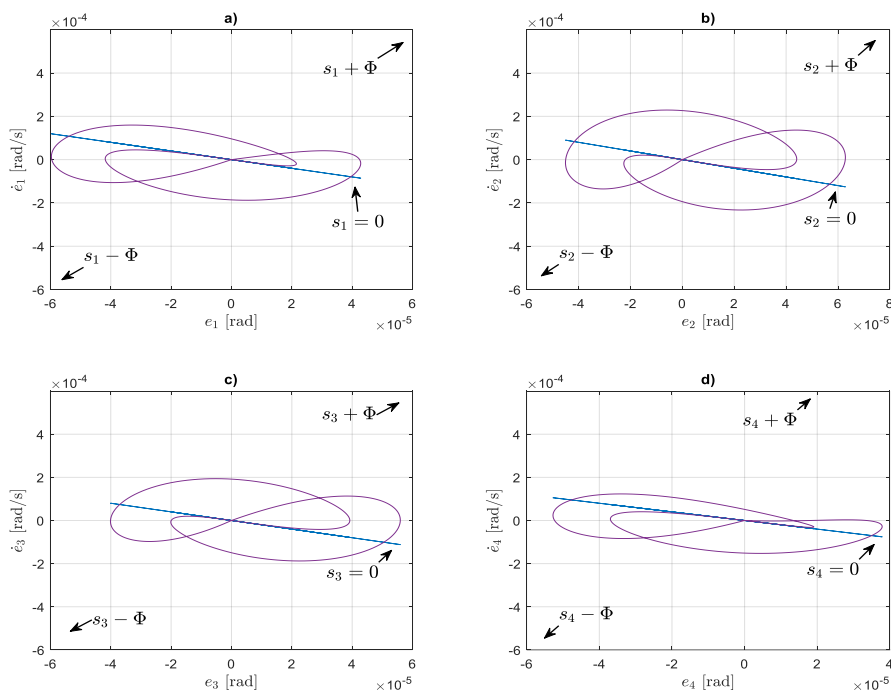


Rys. V.3. Rezultaty symulacji sterowania odpornego: a) błędy kątów obrotu kół *MRKM*, b) błędy prędkości kątowej kół *MRKM*, c) błędy liniowe punktu *S*

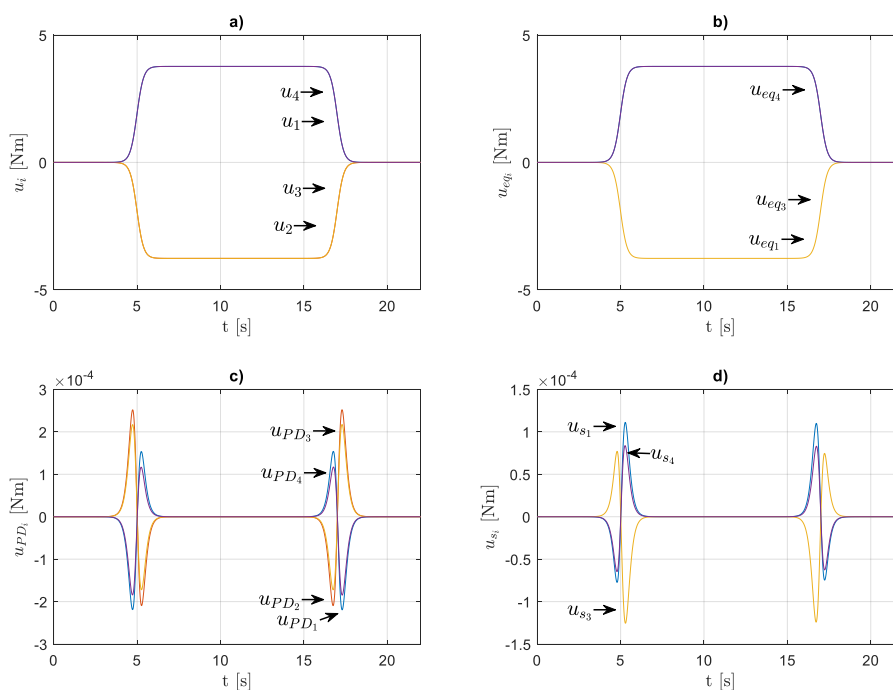
Przebieg sterowania całkowitego *MRKM* uzyskany z symulacji zamieszczono na rys. V.5a. Główny sygnał generuje sterowanie równoważne (rys. V.5b), regulatory PD (rys. V.5c) oraz ślizgowy (rys. V.5d) kompensują niewielki błąd pojawiający się w fazie rozruchu i hamowania. Przyjęte wskaźniki jakości (V.1-5) zamieszczono w tabeli V.4.

Tabela V.4 Wartości wskaźników jakości

	e_{imax} [rad]	\dot{e}_{imax} [rad/s]	ε_i [rad]	$\dot{\varepsilon}_i$ [rad/s]	d_{max} [m]
1	$6.5 \cdot 10^{-5}$	$2.1 \cdot 10^{-4}$	$1.4 \cdot 10^{-5}$	$4.1 \cdot 10^{-5}$	$6.4 \cdot 10^{-6}$
2	$6.9 \cdot 10^{-5}$	$2.5 \cdot 10^{-4}$	$1.5 \cdot 10^{-5}$	$4.9 \cdot 10^{-5}$	
3	$6.1 \cdot 10^{-5}$	$2.1 \cdot 10^{-4}$	$1.3 \cdot 10^{-5}$	$4.2 \cdot 10^{-5}$	
4	$5.8 \cdot 10^{-5}$	$1.8 \cdot 10^{-4}$	$1.2 \cdot 10^{-5}$	$3.5 \cdot 10^{-5}$	



Rys. V.4. Rezultaty symulacji sterowania odpornego: a) trajektoria fazowa błędu koła 1 w otoczeniu rozmaitości, b) trajektoria fazowa błędu koła 2 w otoczeniu rozmaitości, c) trajektoria fazowa błędu koła 3 w otoczeniu rozmaitości, d) trajektoria fazowa błędu koła 4 w otoczeniu rozmaitości



Rys. V.5. Rezultaty symulacji sterowania odpornego: a) Przebieg sygnału sterowania całkowitego, b) przebieg sygnału sterowania równowaznego, c) przebieg sygnału sterowanie PD, d) przebieg sygnału sterowania ślizgowego

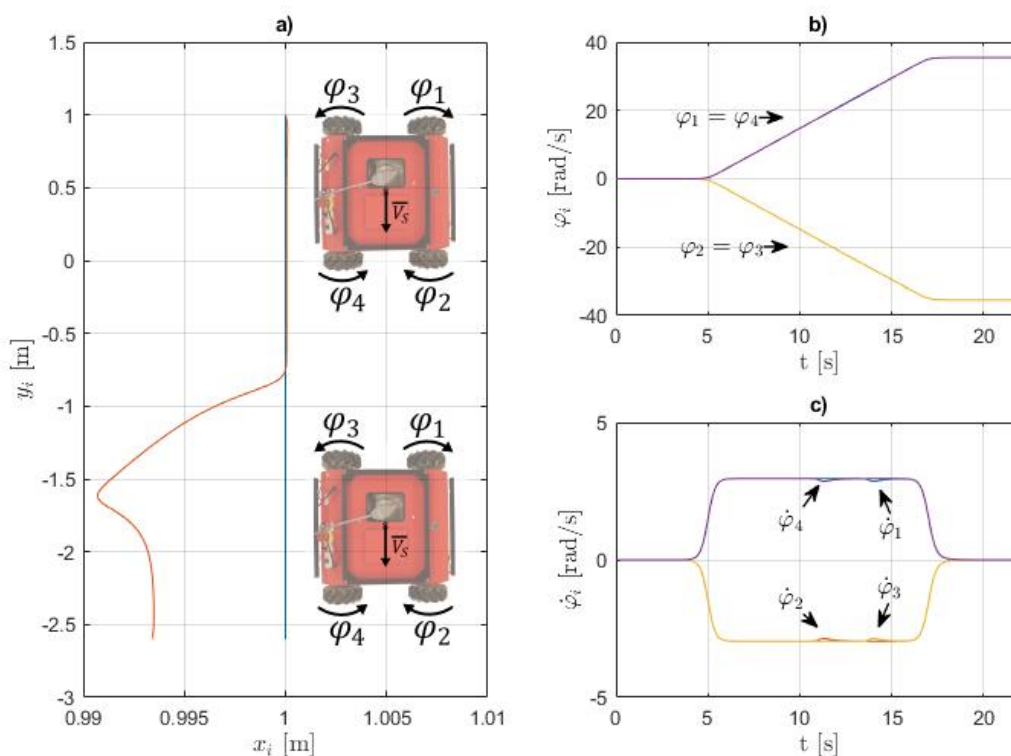
Drugi test

Drugi test symulacyjny na torze prostoliniowym zakładał że w czasie $t = 11.1$ [s] dla kół 2 i 4, oraz $t=13.8$ [s] dla kół 1 i 3 wprowadzone zostaje zakłócenie związane ze zmianą oporów ruchu mobilnego robota, co powoduje zmianę parametrów odpowiadających za opory ruchu *MRKM* o $\Delta a_5 = \Delta a_6 = \Delta a_7 = 0.8$ [Nm]. Wartość zakłócenia została oszacowana na podstawie pomiarów na stanowisku weryfikacyjnym. Oszacowane niedokładności parametrów wynikające z pojawiającego się zakłócenia zamieszczono w tabeli V.5.

Tabela V.5 Oszacowane niedokładności parametrów

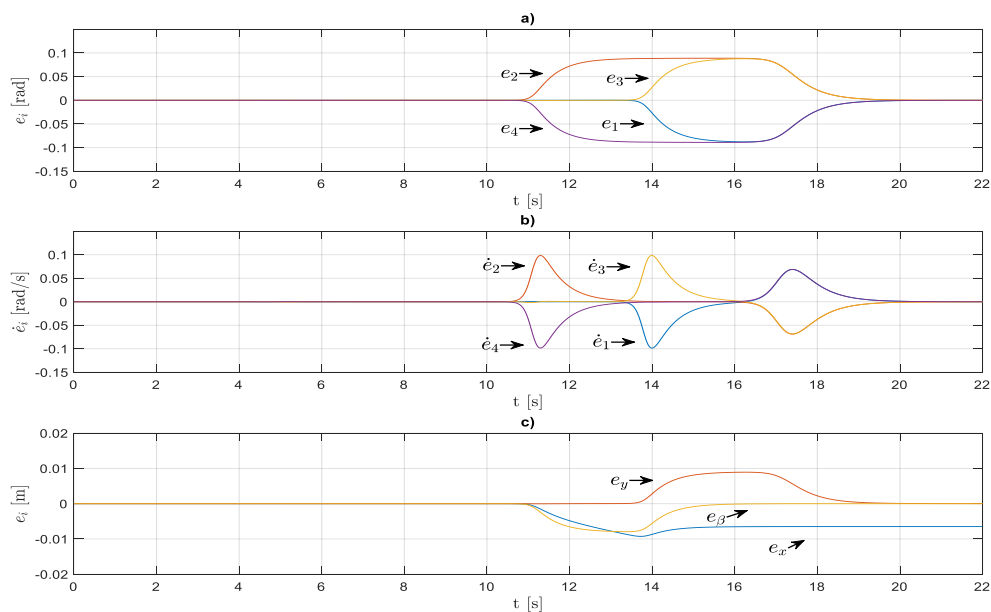
a_{Δ_5}	a_{Δ_6}	a_{Δ_7}
0.8	0.8	0.8

Zadany tor ruchu (linia niebieska) i zrealizowany (linia pomarańczowa) zamieszczono na rys. V.6a, obserwowalny jest pojawiający się błąd realizowanego przez punkt *S* *MRKM* toru ruchu wynikający z pojawiającego się zakłócenia, powodujący $d_{max} \approx 0.011$ [m]. Wpływ zakłócenia na prędkości kątowne (rys. V.6c) widoczny jest w $t = 11.1$ [s] dla kół 2 i 4 oraz $t = 13.8$ [s] dla kół 1 i 3. Zrealizowane przez *MRKM* kąty obrotu kół przedstawiono na rys. V.6b.

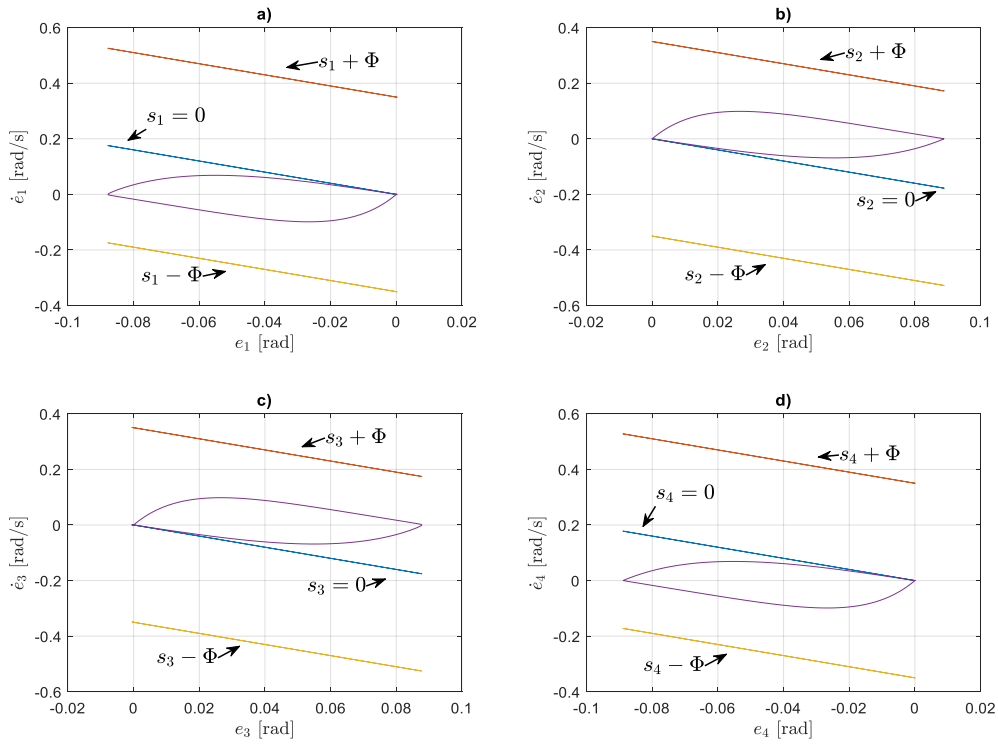


Rys. V.6. Rezultaty symulacji sterowania odpornego z zakłóceniem parametrycznym: a) zadany i zrealizowany tor ruchu punktu *S*, b) kąty obrotu kół *MRKM*, c) prędkość kątowna kół *MRKM*

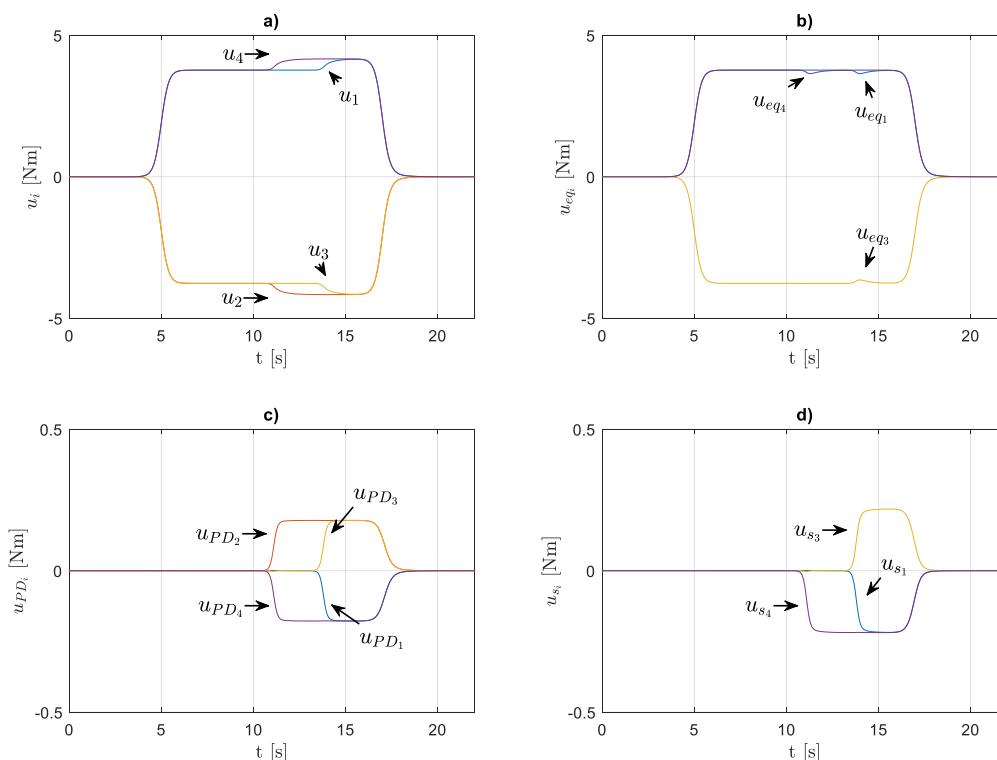
Uzyskane przebiegi błędów nadążania przedstawiono na rys. V.7abc. Po wprowadzeniu zakłócenia powstaje błąd statyczny kąta obrotu kół o wartości $\pm = .08$ [rad] (rys. V.7a). Błędy prędkości kątowych przedstawiono na rys. V.7b. Na rys. V.7c przedstawiono błędy liniowe narastające w czasie pojawienia się zakłócenia na kołach. Otrzymana trajektoria fazowa błędów nadążania przestawiona została na rys. V.8abcd, obserwowalne jest „ślizganie się” wzdłuż $s_i = 0$, spowodowane występującym zakłóceniem parametrycznym, trajektoria fazowa pozostaje w otoczeniu rozmaitości ślizgowej, co potwierdza odporność układu sterowania na zadane zakłócenie parametryczne.



Rys. V.7. Rezultaty symulacji sterowania odpornego z zakłóceniem parametrycznym: a) błędy kątów obrotu kół *MRKM*, b) błędy prędkości kątowej kół *MRKM*, c) błędy liniowe punktu *S*



Rys. V.8. Rezultaty symulacji sterowania odpornego z zakłóceniem parametrycznym: a) trajektoria fazowa błędu koła 1 w otoczeniu rozmaitości, b) trajektoria fazowa błędu koła 2 w otoczeniu rozmaitości, c) trajektoria fazowa błędu koła 3 w otoczeniu rozmaitości, d) trajektoria fazowa błędu koła 4 w otoczeniu rozmaitości



Rys. V.9. Rezultaty symulacji sterowania odpornego z zakłóceniem parametrycznym: a) Przebieg sygnału sterowania całkowitego, b) przebieg sygnału sterowania równoważnego, c) przebieg sygnału sterowanie PD, d) przebieg sygnału sterowania ślizgowego

Całkowity sygnał sterujący wygenerowany przez algorytm sterowania został przedstawiony na rys. V.9a. Składa się on z trzech oddzielnych sygnałów, przedstawionych na rys. V.9bcd. Zauważalny jest wzrost wartości sygnału dla u_2 i u_4 w czasie $t = 10.9$ [s] oraz dla u_1 i u_{34} w czasie $t = 13.4$ [s], co jest rezultatem pojawienia się zwiększonych oporów ruchu. Najistotniejszy wpływ na wartość ogólnego sygnału sterującego ma sterowanie równoważne (rys. V.9b), a regulatory PD (rys. V.9c) oraz ślizgowy (rys. V.9d) aktywują się w chwili pojawienia się zakłócenia parametrycznego. Wartości przyjętych wskaźników jakości (V.1-5) zamieszczono w tabeli V.6, maksymalne wartości błędów nadążania spełniają zależność (V.22).

Tabela V.6. Wartości wskaźników jakości

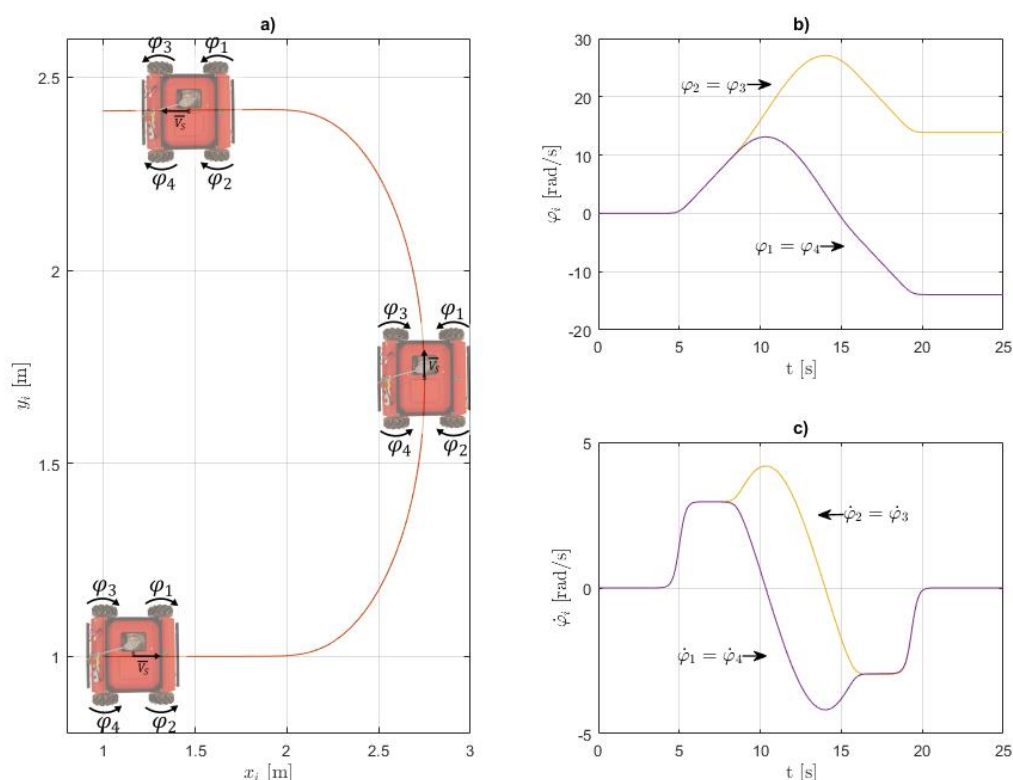
	e_{imax} [rad]	\dot{e}_{imax} [rad/s]	ε_i [rad]	$\dot{\varepsilon}_i$ [rad/s]	d_{max} [m]
1	0.088	0.099	0.031	0.021	
2	0.089	0.099	0.044	0.021	
3	0.088	0.099	0.031	0.021	0.011
4	0.089	0.099	0.044	0.021	

Trzeci test

Trzeci test symulacyjny przeprowadzono na torze ruchu punktu S w kształcie łuku przedstawionego w punkcie III.2 z danymi zamieszczonymi w tabeli V.7 oraz założeniem że prędkość kątowna ramy $MRKM$ nie zmienia się w czasie $\dot{\beta}(t) = 0$.

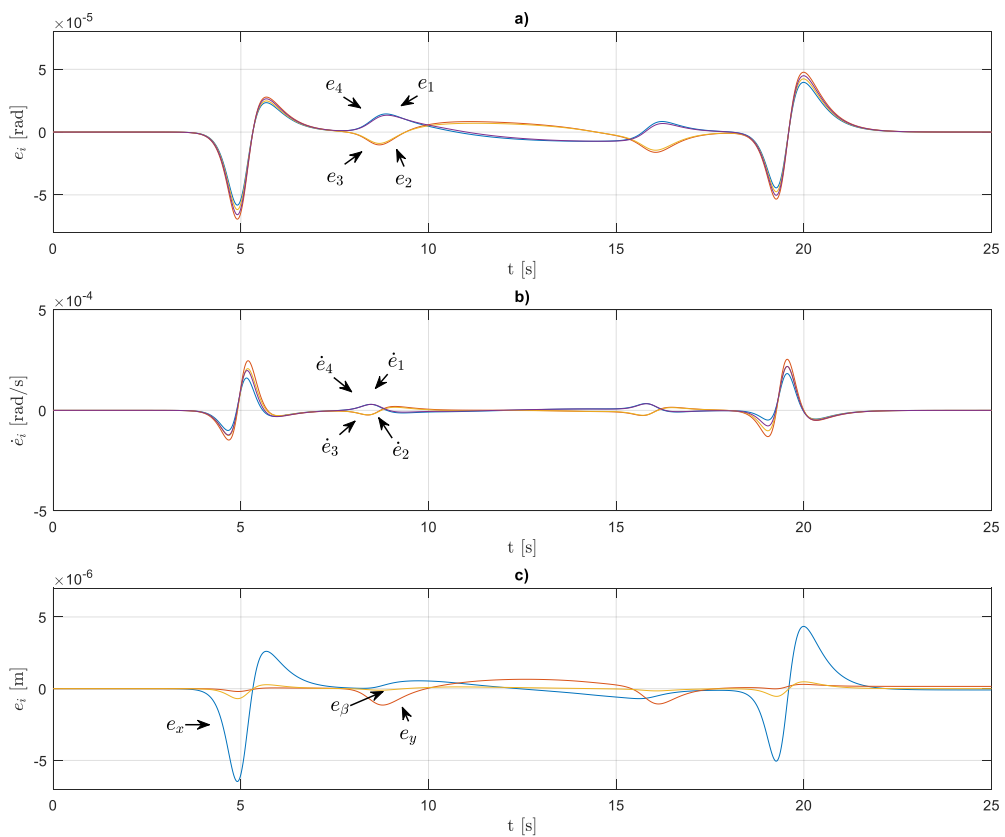
Tabela V.7. Dane zadanego toru ruchu punktu S

v_s^* [m/s]	c [1/s]	b [s]	b_1 [s]	γ [rad]	$\beta(0)$ [rad]	x_{s0} [m]	y_{s0} [m]	c_β [1/s]	b_s [s]	b_{s1} [s]	R_R [m]
0.3	5	5	19.34	0	0	1	1	5	8.5	15.84	0.7



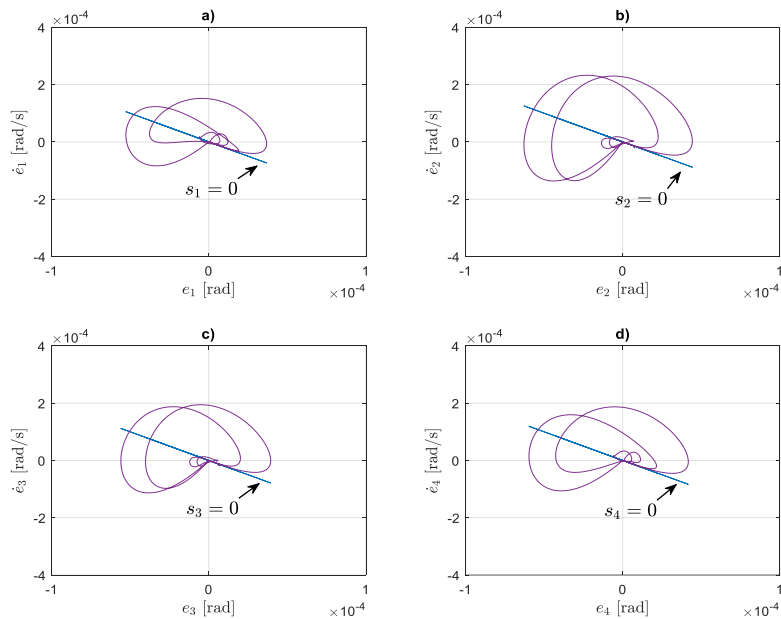
Rys. V.10. Rezultaty symulacji sterowania odpornego: a) zadany i zrealizowany tor ruchu punktu S , b) kąty obrotu kół $MRKM$, c) prędkość kątowna kół $MRKM$,

W przyjętym wariantcie symulacji robot od momentu rozruchu w $t = 5$ [s], porusza się po prostej tak że $\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_3 = \dot{\varphi}_4$, następnie w $t = 9$ [s] zaczyna realizować pętle z założeniem $\dot{\beta}(t) = 0$ [rad/s] co powoduje $\dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_3$, $\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_4$. Zrealizowane przez $MRKM$ parametry kątowne zamieszczono na rys. V.10bc. Zadany oraz zrealizowany tor ruchu charakterystycznego punktu S zamieszczono na rys. V.10a.

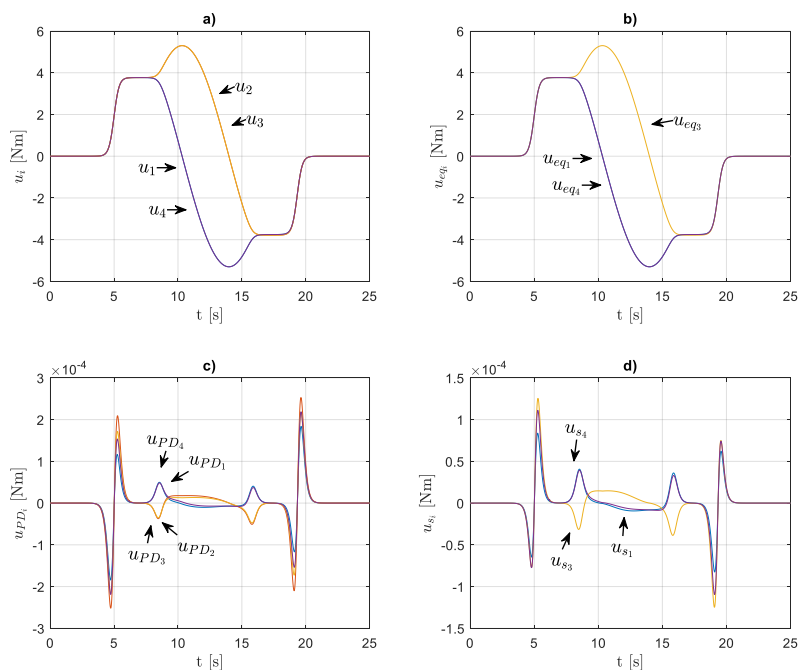


Rys. V.11. Rezultaty symulacji sterowania odpornego: a) błędy kątów obrotu kół $MRKM$, b) błędy prędkości kątowej kół $MRKM_M$, c) błędy liniowe punktu S

Zauważalnie niższa wartość błędu kąta obrotu (rys. V.11a) niż w przypadku symulacji toru ruchu prostoliniowego (rys. V.7a) spowodowanego rozruchem mobilnego robota wynika z faktu iż w tym wariantcie symulacji robot poruszał się z założonym kątem wektora prędkości $\gamma = 0$ [rad] oraz początkowym kątem obrotu ramy $\beta_z = 0$ [rad] co skutkuje że do czasu $t = 9$ [s] wszystkie koła obracają się w tym samym kierunku wzdłuż osi X , co wiąże się z e_x pojawiającym się w fazie rozruchu. Zaobserwowano pojawiające się błędy nadążania w czasie $t = 9$ [s], wynikające z rozpoczęcia przez $MRKM$ fazy realizacji pętli, co powoduje zmianę warunków pracy, błędy te wynikają z niezamodelowanych zjawisk fizycznych oraz niedokładności oszacowania parametrów modelu. Otrzymane przebiegi trajektorii fazowych błędów nadążania (rys. V.12abcd) wykazują zbliżone tendencje dla kół 1 i 4 oraz 2 i 3, błędy związane z fazą rozruchu i hamowania powodują że trajektoria fazowa oddala się od $s_i = 0$, lecz w wyniku kompensacji sterowania odpornego wraca w bliskie otoczenie płaszczyzny ślizgowej.



Rys. V.12. Rezultaty symulacji sterowania odpornego: a) trajektoria fazowa błędu koła 1 w otoczeniu rozmaitości, b) trajektoria fazowa błędu koła 2 w otoczeniu rozmaitości, c) trajektoria fazowa błędu koła 3 w otoczeniu rozmaitości, d) trajektoria fazowa błędu koła 4 w otoczeniu rozmaitości



Rys. V.13. Rezultaty symulacji sterowania odpornego z zakłóceniem parametrycznym: a) Przebieg sygnału sterowania całkowitego, b) przebieg sygnału sterowania równoważnego, c) przebieg sygnału sterowanie PD, d) przebieg sygnału sterowania ślizgowego

Całkowity sygnał sterujący wygenerowany przez algorytm sterowania został przedstawiony na rys. V.13a. Składa się on z trzech oddzielnych sygnałów, przedstawionych na rys. V.13bcd. Zauważalny jest niewielki wzrost wartości sygnałów sterowania regulatora PD (rys. V.9c) oraz ślizgowego (rys. V.9d) czasie $t = 9$ [s], wynikający z błędów pojawiających się w fazie realizacji pętli. Wartości przyjętych wskaźników jakości (V.1-5) zamieszczono w tabeli V.6, maksymalne wartości błędów nadążania spełniają zależność (V.22).

Tabela V.8. Wartości wskaźników jakości

	e_{imax} [rad]	\dot{e}_{imax} [rad/s]	ε_i [rad]	$\dot{\varepsilon}_i$ [rad/s]	d_{max} [m]
1	$5.2 \cdot 10^{-5}$	$1.5 \cdot 10^{-4}$	$1.2 \cdot 10^{-5}$	$2.7 \cdot 10^{-5}$	$5.8 \cdot 10^{-6}$
2	$6.2 \cdot 10^{-5}$	$2.3 \cdot 10^{-4}$	$1.4 \cdot 10^{-5}$	$4.7 \cdot 10^{-5}$	
3	$5.5 \cdot 10^{-5}$	$1.9 \cdot 10^{-4}$	$1.2 \cdot 10^{-5}$	$3.8 \cdot 10^{-5}$	
4	$5.9 \cdot 10^{-5}$	$1.8 \cdot 10^{-4}$	$1.3 \cdot 10^{-5}$	$3.4 \cdot 10^{-5}$	

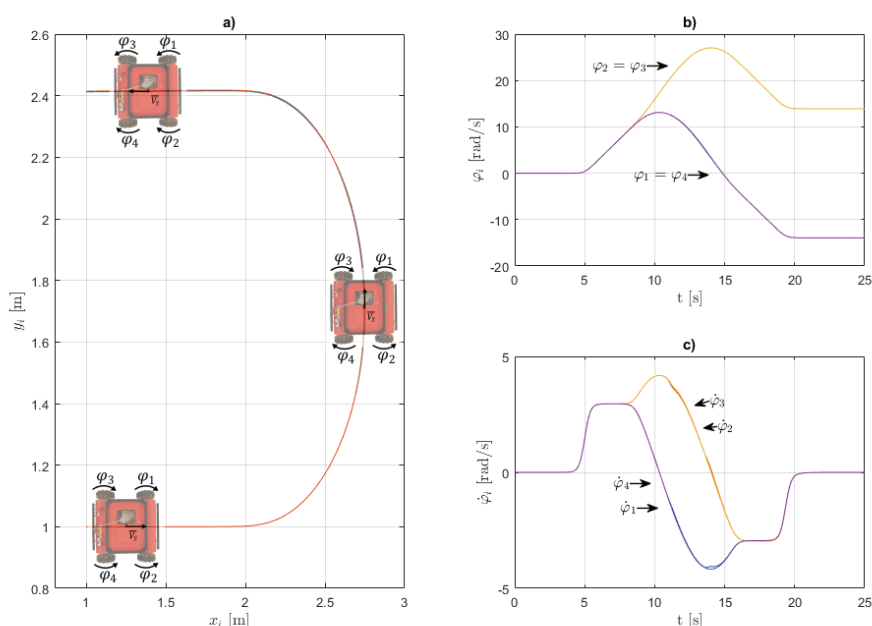
Czwarty test

Czwarta symulacja przeprowadzona została na torze ruchu punktu S w kształcie pętli przedstawionej w punkcie III.2 z warunkami początkowymi zamieszczonymi w tabeli V.9 oraz założeniem że prędkość kątowna ramy $MRKM$ nie zmienia się w czasie $\dot{\beta}(t) = const$ oraz że w czasie $t = 11.1$ [s] dla kół 1 i 3, oraz $t = 14.1$ [s] dla kół 2 i 4 wprowadzone zostaje zakłócenie związane ze zmianą oporów ruchu mobilnego robota, powodujące zmianę parametrów odpowiadających za opory ruchu $MRKM$ o $\Delta a_5 = \Delta a_6 = \Delta a_7 = 0.8$ [Nm].

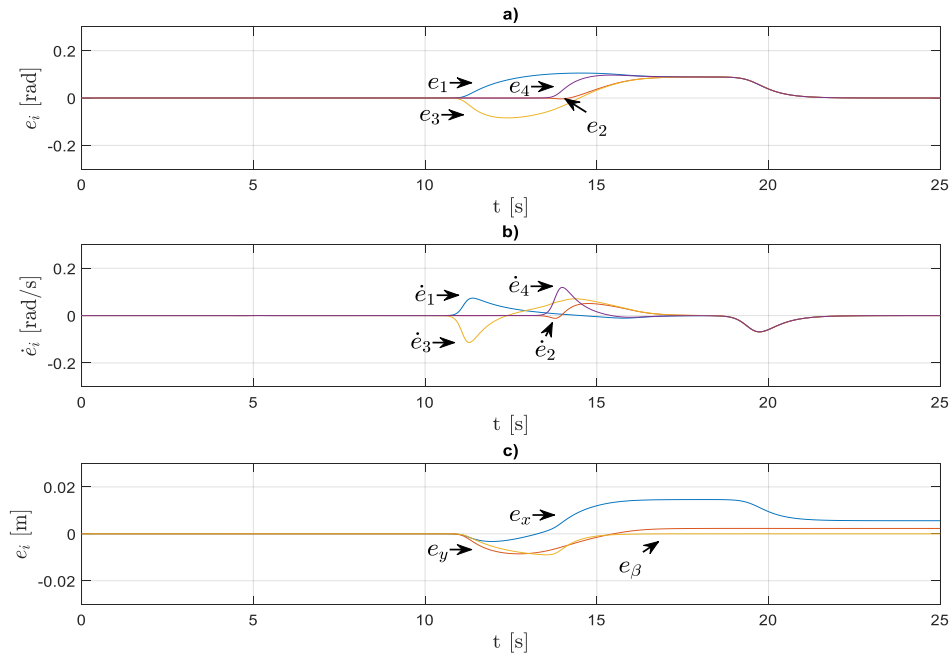
Tabela V.9 Dane zadanego toru ruchu punktu S

v_s^* [m/s]	c [1/s]	b [s]	b_1 [s]	γ [rad]	β_2 [rad]	x_{S0} [m]	y_{S0} [m]	c_β [1/s]	b_S [s]	b_{S1} [s]	R_R [m]
0.3	5	5	19.34	0	0	1	1	5	8.5	15.84	0.7

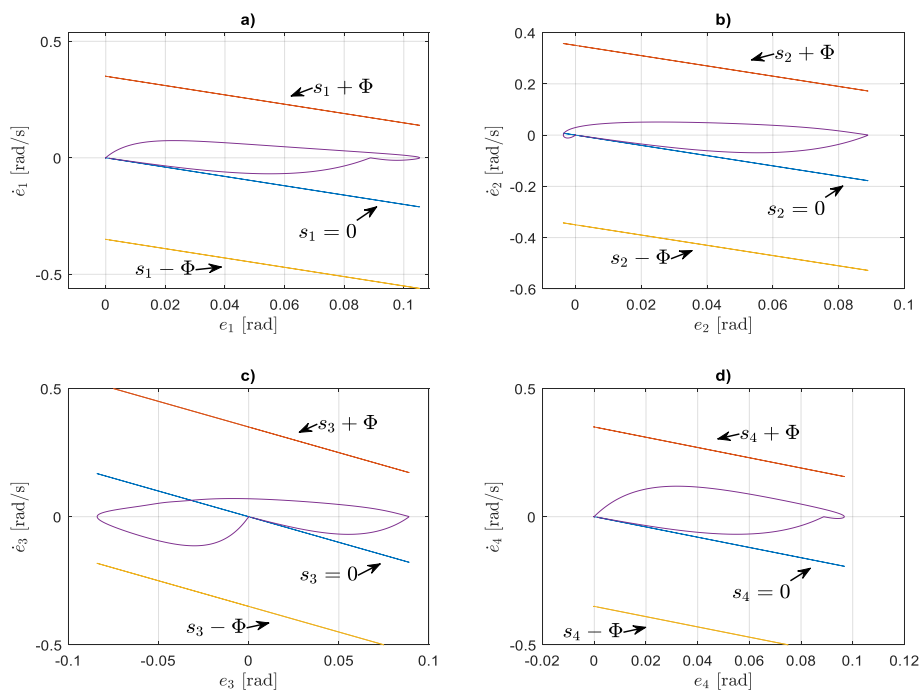
Zadany i zrealizowany tor ruchu punktu S przedstawiono na rys. V.14a, pojawiające się zakłócenie powoduje $d_{max} \approx 0.007$ [m]. Zrealizowane kąty obrotu kół przedstawiono na rys. V.14b, zaobserwowano wpływ pojawiającego się zakłócenia na prędkości kątowe (rys. V.14c).



Rys. V.14. Rezultaty symulacji sterowania odpornego z zakłóceniem parametrycznym: a) zadany i zrealizowany tor ruchu punktu S , b) kąty obrotu kół $MRKM$, c) prędkość kątowa kół $MRKM$,

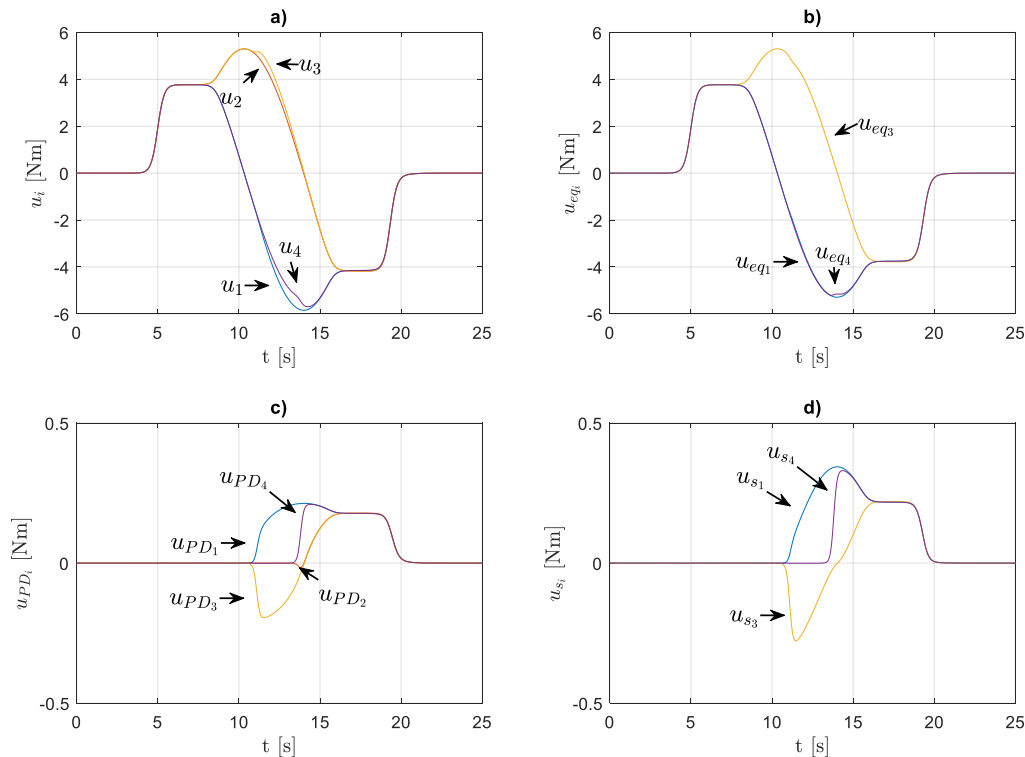


Rys. V.15. Rezultaty symulacji sterowania odpornego z zakłóceniem parametrycznym: a) błędy kątów obrotu kół MRKM, b) błędy prędkości kątowej kół MRKM, c) błędy liniowe punktu S



Rys. V.16. Rezultaty symulacji sterowania odpornego otrzymane z zakłóceniem parametrycznym: a) trajektoria fazowa błędu koła 1 w otoczeniu rozmaitości, b) trajektoria fazowa błędu koła 2 w otoczeniu rozmaitości, c) trajektoria fazowa błędu koła 3 w otoczeniu rozmaitości, d) trajektoria fazowa błędu koła 4 w otoczeniu rozmaitości

Uzyskane przebiegi błędów nadążania przedstawiono na rys. V.16abc. Po wystąpieniu zakłócenia pojawia się błąd statyczny. Pochodne błędów kąta obrotu przedstawiono na rys. V.1.7b. Błędy liniowe (rys. V.17c) przyjmują wartości rzędu 10^{-3} [m]. Rys. V.1.8 przedstawia trajektorie fazową układu, dla każdego koła trajektoria pozostaje w okolicach 0, w momencie wystąpienia zakłócenia trajektoria fazowa „ślizga się” wzdłuż $s_i = 0$ i pozostaje w otoczeniu $\pm\Phi = 0.35$.



Rys. V.17. Rezultaty symulacji sterowania odpornego z zakłóceniem parametrycznym: a) Przebieg sygnału sterowania całkowitego, b) przebieg sygnału sterowania równoważnego, c) przebieg sygnału sterowanie PD, d) przebieg sygnału sterowania ślizgowego

Na rys. V.17a zaprezentowano przebiegi wartości całkowitego sygnału sterowania. Wygenerowany przez model matematyczny sygnał sterowania równoważnego przedstawiono na wykresie V.17b. Wartość sterowania PD utrzymuje się blisko zera aż do momentu wystąpienia zakłócenia, co widoczne jest na rys. V.17c. Podobna sytuacja obserwowana jest w przypadku regulatora ślizgowego, którego przebieg przedstawiono na rys. V.17d. Można z tego wywnioskować, że zarówno regulator PD, jak i regulator ślizgowy, pozostają w stanie pasywnym do czasu wystąpienia zakłóceń, co wskazuje na ich skuteczność w adaptacji do zmieniających się warunków pracy robota. Wartości przyjętych wskaźników jakości (V.1-5) zamieszczono w tabeli V.10, maksymalna wartość błędu kąta mobilnego robota spełnia zależność (V.22).

Tabela V.10 Wartości wskaźników jakości

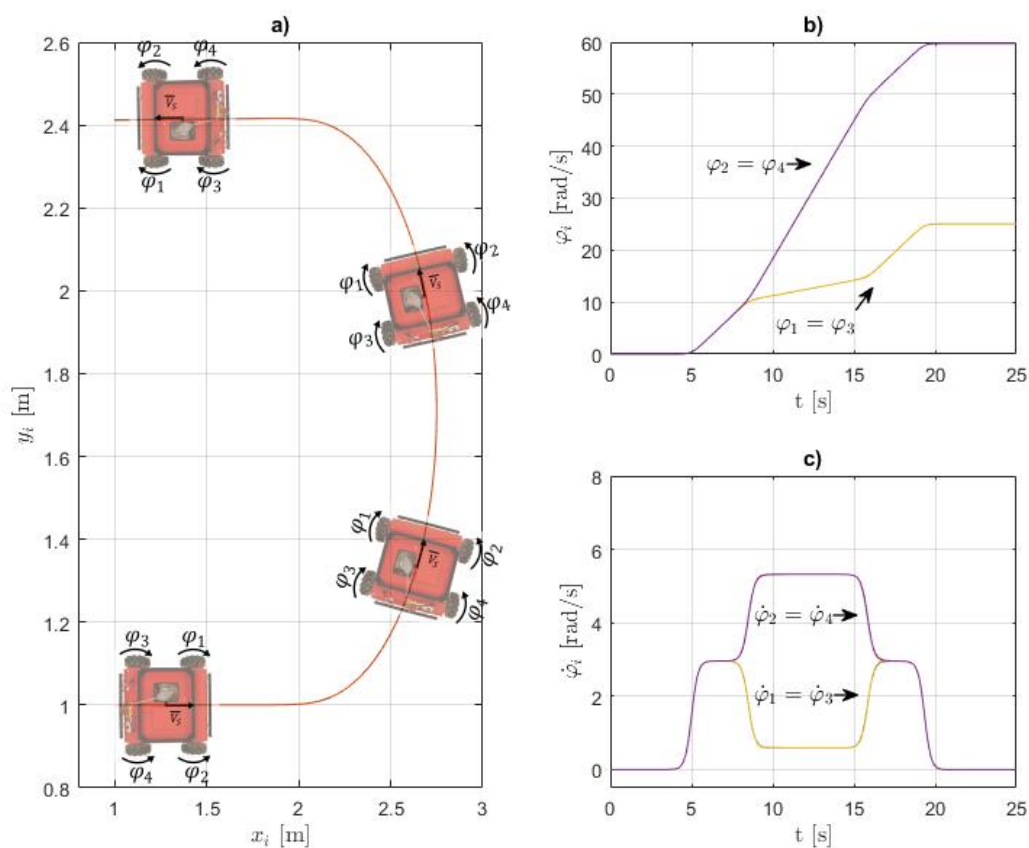
	e_{imax} [rad]	\dot{e}_{imax} [rad/s]	ε_i [rad]	$\dot{\varepsilon}_i$ [rad/s]	d_{max} [m]
1	0.064	0.043	0.022	0.015	
2	0.062	0.044	0.029	0.026	0.007
3	0.068	0.061	0.024	0.018	
4	0.086	0.064	0.029	0.022	

Piąty test

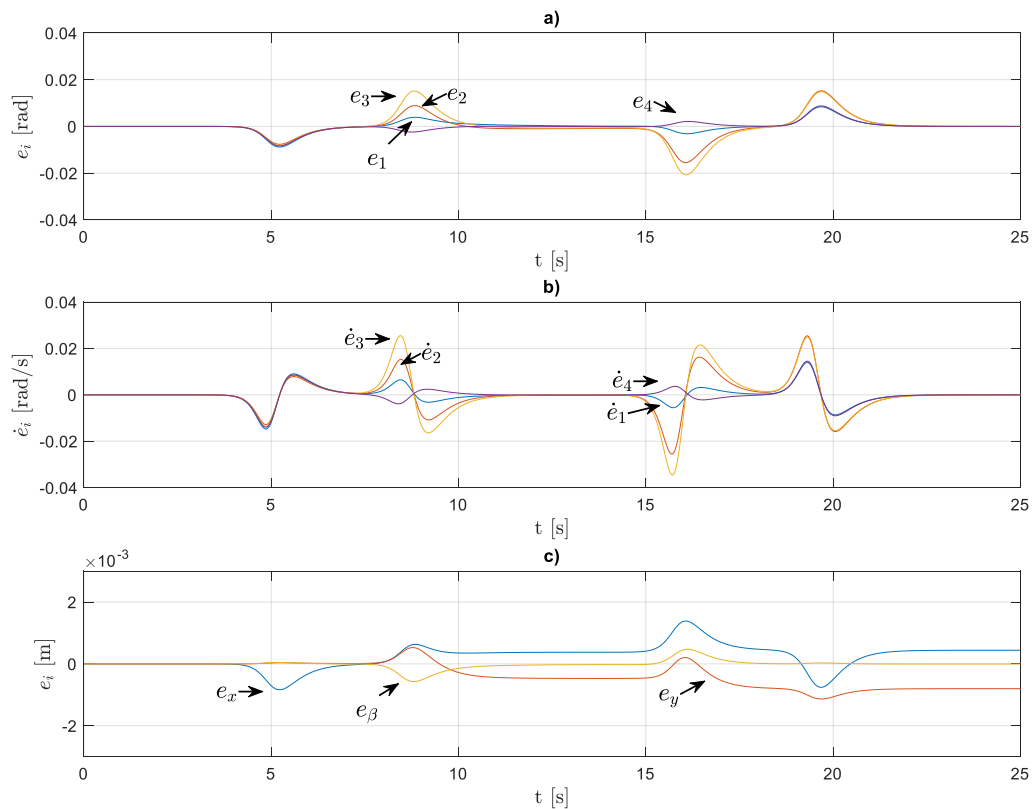
Kolejny test symulacyjny przeprowadzony został na torze ruchu punktu S w kształcie łuku z założeniem że kąt obrotu ramy robota zmienia się w czasie $\dot{\beta}(t) \neq 0$ opisanej w punkcie III.3. W przyjętym wariancie symulacji robot od momentu rozruchu w $t = 5$ [s], porusza się po prostej tak że $\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_3 = \dot{\varphi}_4$, następnie w $t = 8.5$ [s] zaczyna realizować pętle z założeniem $\dot{\beta}(t) \neq 0$ [rad/s] co powoduje $\dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_4$, $\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_3$. Zadany i zrealizowany tor ruchu punktu S przedstawiono na rys. V.18a. Zrealizowane kąty obrotu kół przedstawiono na rys. V.18b, prędkości kątowe na rys. V.18c. Warunki początkowe zamieszczono w tab.V.11.

Tabela V.11 Dane zadanego toru ruchu punktu S

v_s^* [m/s]	c [1/s]	b [s]	b_1 [s]	γ [rad]	β_2 [rad]	x_{s0} [m]	y_{s0} [m]	c_β [1/s]	b_5 [s]	b_{S1} [s]	R_R [m]
0.3	5	5	19.34	0	0	1	1	5	8.5	15.84	0.7

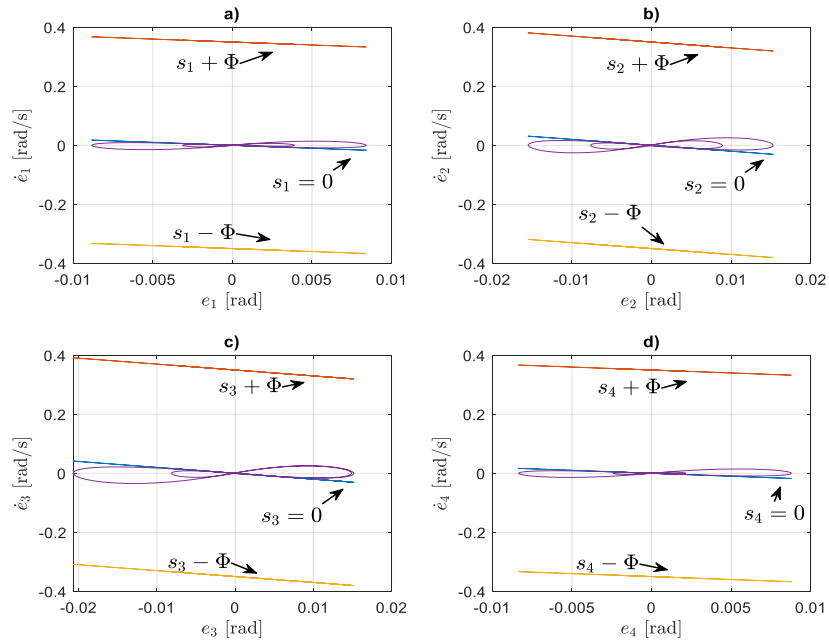


Rys. V.18. Rezultaty symulacji sterowania odpornego: a) zadany i zrealizowany tor ruchu punktu S , b) kąty obrotu kół $MRKM$, c) prędkość kątowa kół $MRKM$

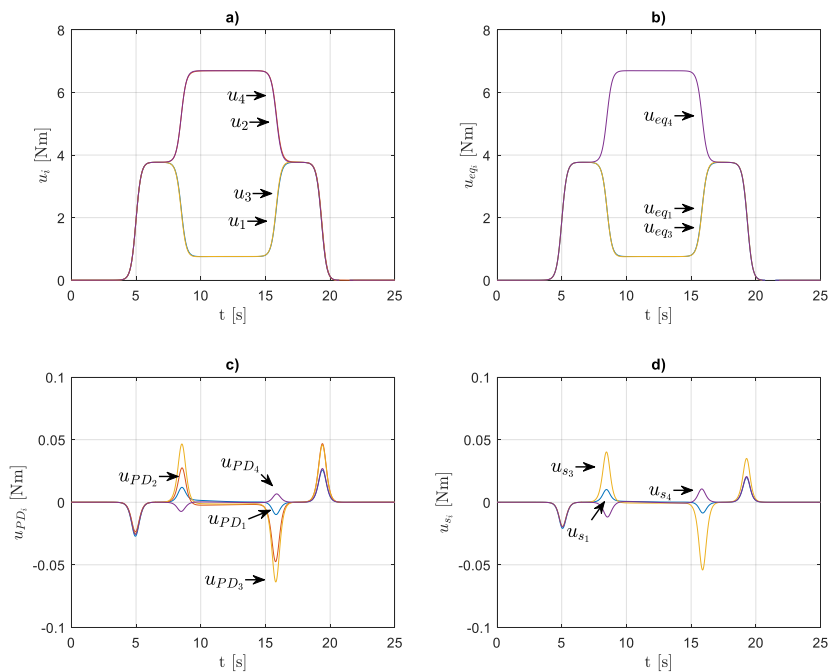


Rys. V.19. Rezultaty symulacji sterowania odpornego: a) błędy kątów obrotu kół *MRKM*, b) błędy prędkości kątowej kół *MRKM*, c) błędy liniowe punktu *S*

Analogicznie jak w przypadku poprzednich testów symulacyjnych, błędy nadążania (rys. V.19abc) wynikające z fazy rozruchu oraz hamowania kompensowane są przez układ sterowania nadążnego. Widoczny jest wzrost błędów nadążania w momencie rozpoczęcia przez *MRKM* fazy realizacji jazdy po łuku w $t = 8.5$ [s], oraz w czasie zakończenia owej fazy w $t = 15.84$ [s]. Błędy liniowe na osi *X* i *Y* utrzymują niskie statyczne wartości od rozpoczęcia fazy jazdy po łuku do końca eksperymentu. Przebiegi fazowe błędów nadążania zamieszczono na rys. V.20abcd, pojawiające się błędy sprawiają że trajektoria fazowa oddala się od $s_i = 0$, lecz kompensacja sprawia iż wraca ona w bliskie otoczenie rozmaitości ślizgowej.



Rys. V.20. Rezultaty symulacji sterowania odpornego: a) trajektoria fazowa błędu koła 1 w otoczeniu rozmaitości, b) trajektoria fazowa błędu koła 2 w otoczeniu rozmaitości, c) trajektoria fazowa błędu koła 3 w otoczeniu rozmaitości, d) trajektoria fazowa błędu koła 4 w otoczeniu rozmaitości



Rys. V.21. Rezultaty symulacji sterowania odpornego: a) Przebieg sygnału sterowania całkowitego, b) przebieg sygnału sterowania równoważnego, c) przebieg sygnału sterowanie PD, d) przebieg sygnału sterowania ślizgowego

Całkowity sygnał sterujący wygenerowany przez algorytm sterowania został przedstawiony na rys. V.21a. Składa się on z trzech oddzielnych sygnałów, przedstawionych na rys. V.21bcd. Zauważalny jest niewielki wzrost wartości sygnałów sterowania regulatora PD (rys. V.9c) oraz ślizgowego (rys. V.9d) czasie $t = 9$ [s], wynikający z błędów pojawiających się w fazie realizacji pętli. Wartości przyjętych wskaźników jakości (V.1-5) zamieszczono w tabeli V.12, maksymalne wartości błędów nadążania spełniają zależność (V.22).

Tabela V.12 Wartości wskaźników jakości

	$e_{i\max}$ [rad]	$\dot{e}_{i\max}$ [rad/s]	ε_i [rad]	$\dot{\varepsilon}_i$ [rad/s]	d_{\max} [m]
1	0.008	0.014	0.002	0.003	
2	0.015	0.025	0.004	0.006	
3	0.002	0.034	0.005	0.008	0.001
4	0.008	0.014	0.002	0.003	

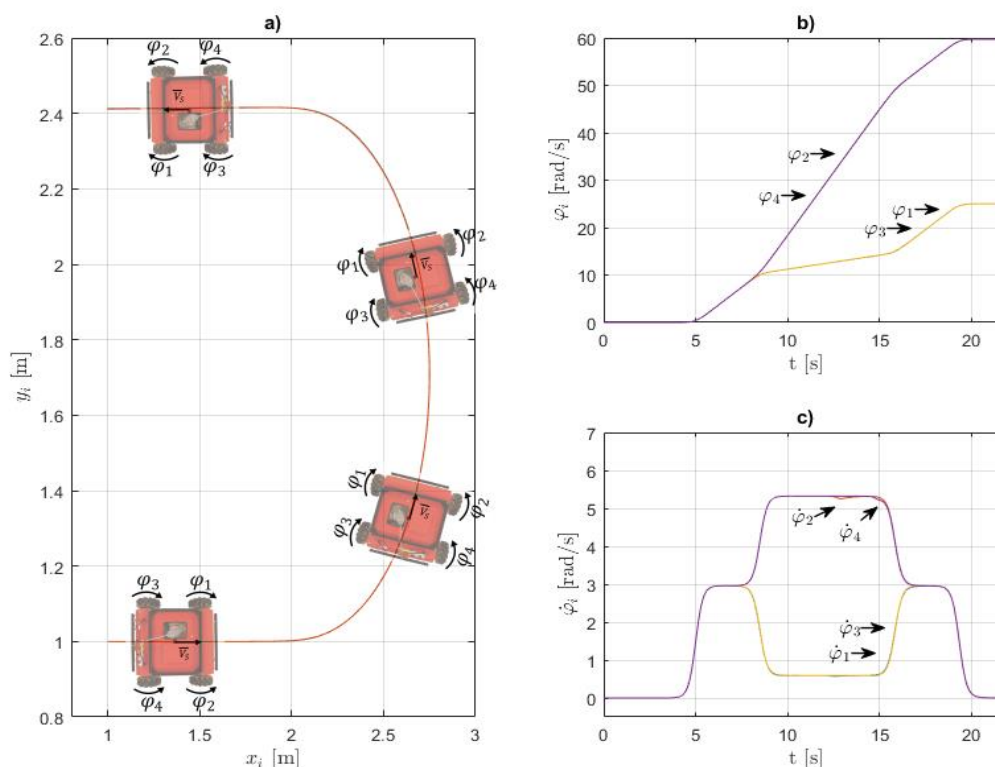
Szósty test

Ostatni, szósty test symulacyjny zakłada że w czasie $t = 12.1$ [s] dla kół 1 i 2, oraz w czasie $t = 14.6$ [s] dla kół 3 i 4 wprowadzone zostaje zakłócenie związane ze zmianą oporów ruchu mobilnego robota, powodujące zmianę parametrów odpowiadających za opory ruchu *MRKM* o $\Delta a_5 = \Delta a_6 = \Delta a_7 = 0.8$ [Nm].

Tabela V.13 Dane zadanego toru ruchu punktu *S*

v_s^* [m/s]	c [1/s]	b [s]	b_1 [s]	γ [rad]	β_z [rad]	x_{s0} [m]	y_{s0} [m]	c_β [1/s]	b_s [s]	b_{s1} [s]	R_R [m]
0.3	5	5	19.34	0	0	1	1	5	8.5	15.84	0.7

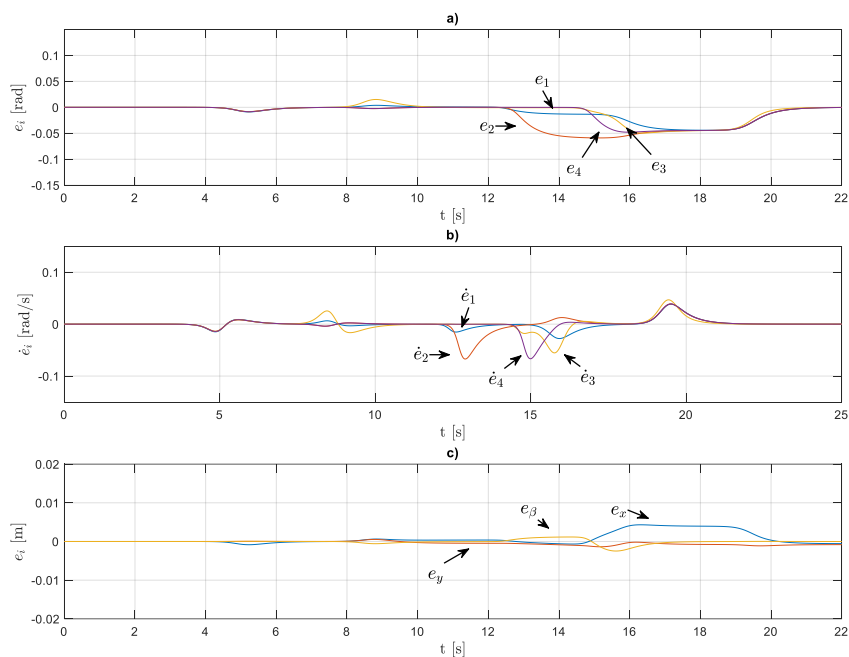
Zadany i zrealizowany tor ruchu punktu *S* przedstawiono na rys. V.22a. Zrealizowane kąty obrotu kół przedstawiono na rys. V.22b, prędkości kątowne na rys. V.22c.



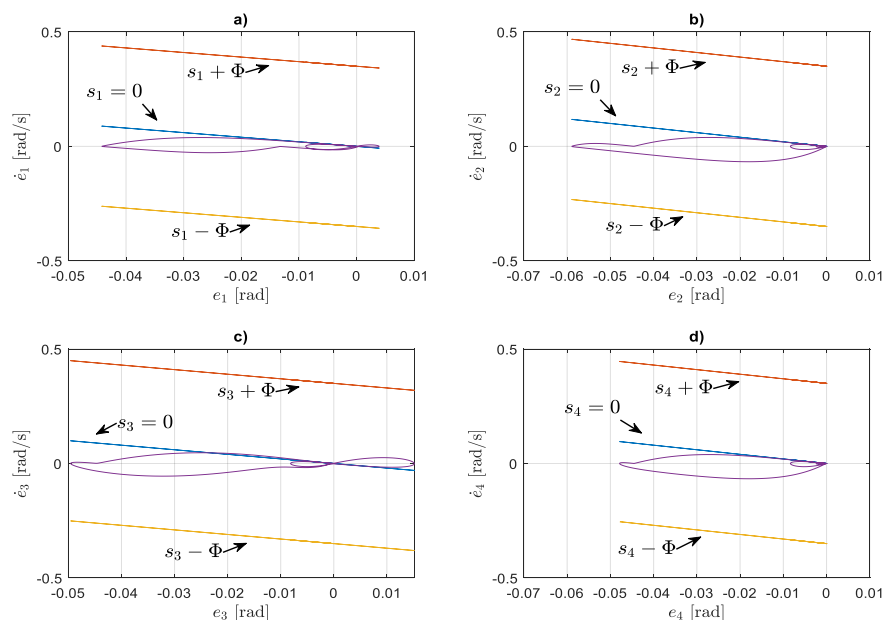
Rys. V.22. Rezultaty symulacji sterowania odpornego z zakłóceniem parametrycznym: a) zadany i zrealizowany tor ruchu punktu *S*, b) kąty obrotu kół *MRKM*, c) prędkość kątowna kół *MRKM*,

Przebiegi błędów nadążania zostały przedstawione na rysV23. Po wystąpieniu zakłócenia pojawia się błąd statyczny (rys. V.23a). Pochodne błędów kąta obrotu są pokazane na rys. V.23b. Błędy liniowe (rys. V.23c) osiągają wartości rzędu 10^{-3} [m]. Rys. V.24abcd przedstawia trajektorię fazową układu. Dla każdego koła trajektoria fazowa błędu nadążania utrzymuje się w bliskim otoczeniu $s_i = 0$, w momencie wystąpienia zakłócenia związaneego ze zmianą parametrów odpowiadających za opory ruchu *MRKM* trajektoria

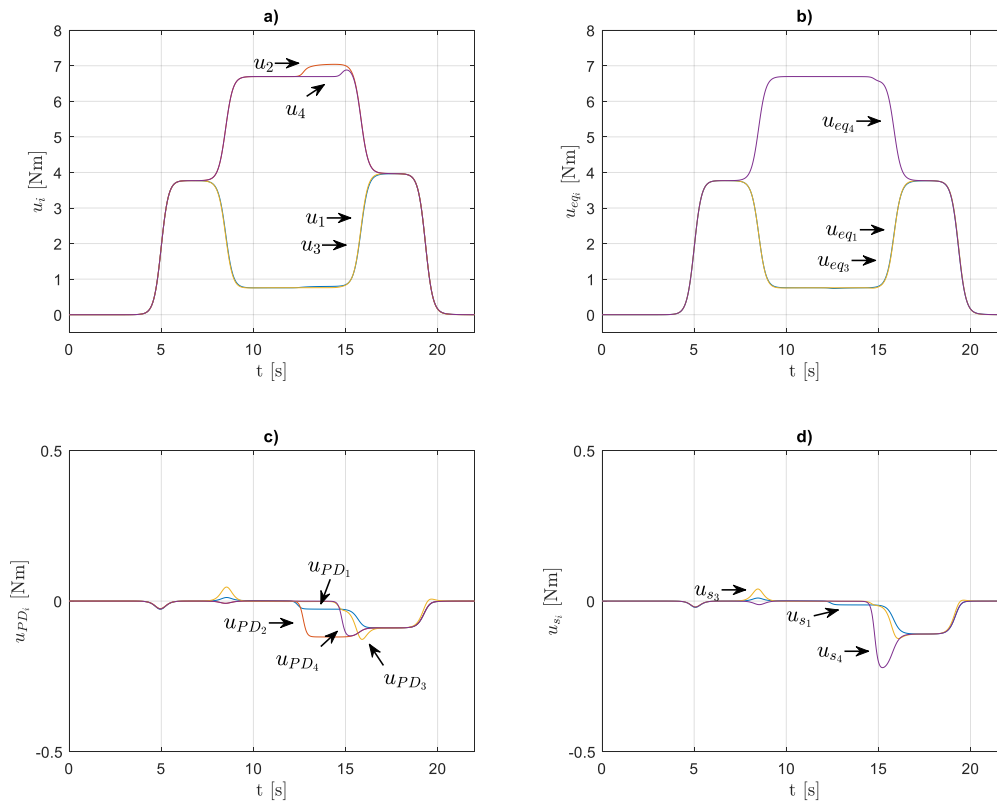
fazowa pozostaje „ślizga się” wzdłuż rozmaitości ślizgowej, pozostając w otoczeniu $\pm\Phi = 0.35$.



Rys. V.23. Rezultaty symulacji sterowania odpornego z zakłóceniem parametrycznym: a) błędy kątów obrotu kół *MRKM*, b) błędy prędkości kątowej kół *MRKM*, c) błędy liniowe punktu *S*



Rys. V.24. Rezultaty symulacji sterowania odpornego z zakłóceniem parametrycznym: a) trajektoria fazowa błędu koła 1 w otoczeniu rozmaitości, b) trajektoria fazowa błędu koła 2 w otoczeniu rozmaitości, c) trajektoria fazowa błędu koła 3 w otoczeniu rozmaitości, d) trajektoria fazowa błędu koła 4 w otoczeniu rozmaitości



Rys. V.25. Rezultaty symulacji sterowania odpornego z zakłóceniem parametrycznym: a) Przebieg sygnału sterowania całkowitego, b) przebieg sygnału sterowania równoważnego, c) przebieg sygnału sterowanie PD, d) przebieg sygnału sterowania ślizgowego

Na rys. V.25a przedstawiono przebiegi wartości całkowitego sygnału sterowania. Sygnał sterowania równoważnego, wygenerowany przez model matematyczny, zaprezentowano na rys. V.25b. Wartość sterowania PD pozostaje bliska zeru aż do momentu wystąpienia zakłócenia, co jest widoczne na rys. V.25c. Analogicznie, regulator ślizgowy zachowuje się pasywnie do chwili wystąpienia zakłócenia, co pokazano na rys. V.25d. W tabeli V.14 zamieszczono wartości przyjętych wskaźników jakości (V.1-5). Maksymalna wartość błędu kąta mobilnego robota spełnia zależność (V.22), co świadczy o skuteczności zaproponowanego podejścia w kontekście spełniania założonych parametrów kontrolnych.

Tabela V.14 Wartości wskaźników jakości

	e_{imax} [rad]	\dot{e}_{imax} [rad/s]	ε_i [rad]	$\dot{\varepsilon}_i$ [rad/s]	d_{max} [m]
1	0.044	0.038	0.044	0.008	
2	0.058	0.067	0.025	0.012	
3	0.049	0.053	0.066	0.012	0.004
4	0.047	0.066	0.066	0.011	

V.1.3 Wnioski

W punkcie V.1.3 przedstawiono rezultaty badań symulacyjnych algorytmu sterowania odpornego, na typowych dla *MRKM* torach ruchu charakterystycznego punktu *S* z występującym zakłóceniem związanym ze zmianą parametrów odpowiadających za opory ruchu robota. Algorytm sterowania odpornego składa się z sterowania równoważnego, którego zadaniem jest kompensacja nieliniowości modelu matematycznego *MRKM*, regulatora ślizgowego, który ma za zadanie utrzymywać trajektorie fazową błąd nadążania w otoczeniu mimo występujących zmiennych warunków pracy robota, oraz regulatora PD.

Przeprowadzono testy symulacyjne bez występującego zakłócenia aby sprawdzić poprawne działanie algorytm. Algorytmu sterowania odpornego niweluje błędy wynikające z fazy rozruchu, hamowania oraz realizacji pętli przez *MRKM*. Taka kompensacja sprawi że błąd statyczny w stanie ustalonym, typowy dla klasycznego sterowania PD osiąga dąży do wartości bliskich zerowym, co potwierdza poprawne działanie sterowania równoważnego.

Testy symulacyjne z występującym zakłóceniem, potwierdzają odporność zaproponowanego algorytmu sterowania na tego typu niedokładności parametryczne, błędy nadążania powstające w wyniku zmiany parametrów oporów ruchu robota nie przekraczają założonych wartości maksymalnych (V.22). Zakłócenie parametryczne powoduje pojawienie się błędu statycznego, w wyniku którego trajektorie fazowa błądów nadążania „ślizga się” wzdłuż płaszczyzny ślizgowej, pozostając w założonym otoczeniu.

V.2 Sterowanie neuronowe

Sterowanie neuronowe [26, 41], wykorzystuje zdolność sieci neuronowej typu RVFL do aproksymacji dowolnej funkcji nieliniowej, co czyni ją wyjątkowo przydatną w modelowaniu dynamiki różnorodnych systemów. Wykorzystanie RVFL do aproksymacji funkcji nieliniowej, opisującej dynamikę *MRKM* wymaga jedynie ograniczonej podstawowej znajomości charakterystyk modelowanego obiektu. Takie podejście do projektowania algorytmów sterowania nadążnego charakteryzuje się wysoką efektywnością zarówno czasową, jak i obliczeniową, ze względu na prostotę idei RVFL, co jest dużą zaletą w zastosowaniu w aplikacjach czasu rzeczywistego.

V.2.1 Synteza sterowania neuronowego

Celem syntezy jest określenie sygnału sterowania i adaptacji wag sieci, tak aby tor ruchu wybranego punktu *S* robota pokrywał się z założonym, mimo zmiennych warunków pracy robota.

Zdefiniowano błąd nadążania $e \in \mathbb{R}^2$, płaszczyznę ślizgową s i wektor pomocniczy v w następujący sposób:

$$\begin{aligned} e &= q_d - q \\ s &= \dot{e} + \Lambda e \\ v &= \dot{q}_d + \Lambda e \end{aligned} \quad (\text{V.23})$$

gdzie Λ jest macierzą diagonalną, dodatnio określoną

Następnie, równanie (V.23) przekształcono do formy:

$$M(q)\dot{s} = -u - C(q, \dot{q})s + M\dot{v} + C(q, \dot{q})v + F(\omega) + \tau_d(t) \quad (\text{V.24})$$

Zdefiniowano funkcję nieliniową $f(x_r)$ jako

$$f(x_r) = M(q)\dot{v} + C(q, \dot{q})v + F(\omega) \quad (\text{V.25})$$

gdzie $x_r = [v^T, \dot{v}^T, \dot{q}^T, q^T, \omega^T]^T$, równanie V.24 zapisano jako

$$M(q)\dot{s} = -u - C(q, \dot{q})s + f(x_r) + \tau_d(t) \quad (\text{V.26})$$

W praktycznym zastosowaniu, aproksymacja sterowania jest wykorzystywana do kompensacji nieliniowości robota, opisanej jako $f(x_r)$. Aby zrealizować tę aproksymację, wykorzystuje się sieć neuronową, którą omówiono w rozdziale II.5. W tym kontekście, przyjęto się, że $x = x_r$, $y = f(x_r)$. Nieliniową funkcję $f(x_r)$ reprezentujemy następująco:

$$f(x_r) = W^T \phi_x(x) + \varepsilon \quad (\text{V.27})$$

gdzie ε jest błędem aproksymacji. Aproksymata nieliniowej funkcji $f(x_r)$ to:

$$\hat{f}(x_r) = \hat{W}^T \phi_x(x) \quad (\text{V.28})$$

gdzie \hat{W} jest oszacowaniem wag idealnej sieci neuronowej. Założono, że wagi idealnej sieci są stałe, $W = \text{const}$. Korzystając z równania (V.28), przyjęto prawo sterowania w formie:

$$u = \widehat{W}^T \phi_x(x) + K_D s \quad (\text{V.29})$$

Drugi komponent równania (V.28), to kontroler typu PD $K_D = K_D^T > 0$

Podstawiając (V.27) i (V.29) do (V.26) otrzymano

$$M(q)\dot{s} + C(q, \dot{q})s + K_D s = \tilde{f}(x_r) + \tau_d(t) \quad (\text{V.30})$$

gdzie $\tilde{f}(x_r)$ to funkcja błędu aproksymacji funkcji $f(x_r)$ czyli

$$\begin{aligned} \tilde{f}(x_r) &= f(x_r) - \hat{f}(x_r) = W^T \phi_x(x_r) - \widehat{W}^T \phi_x(x_r) + \varepsilon \\ &= \widetilde{W}^T \phi_x(x_r) + \varepsilon \end{aligned} \quad (\text{V.31})$$

gdzie $\widetilde{W} = W - \widehat{W}$ jest błędem oszacowania wag sieci neuronowej. Korzystając z równania (V.31), równanie (V.30) zapisano jako:

$$M(q)\dot{s} + C(q, \dot{q})s + K_D s = \widetilde{W}^T \phi_x(x) + \tau_d(t) + \varepsilon \quad (\text{V.32})$$

Do syntezy sterowania siecią neuronową dla *MRKM* wykorzystano teorię stabilności Lapunowa. Jako kandydata na funkcję Lapunowa wybrano funkcję:

$$V(s) = \frac{1}{2} s^T M(q) s + \frac{1}{2} \text{tr}(\widetilde{W}^T P^{-1} \widetilde{W}) \quad (\text{V.33})$$

Gdzie $P = P^T > 0$ jest macierzą projektową. Pochodna funkcji $V(s)$ względem czasu wzdłuż trajektorii układu (V.32) wynosi:

$$\dot{V}(s) = s^T M(q)\dot{s} + \frac{1}{2} s^T \dot{M}(q) s + \text{tr}(\widetilde{W}^T P^{-1} \dot{\widetilde{W}}) \quad (\text{V.34})$$

Podstawiając z równania (V.32) wyrażenie $M(q)\dot{s}$ i korzystając z faktu, że $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$ jest macierzą zerową (dla $\beta(t) = 0$), otrzymano:

$$\dot{V}(s) = -s^T K_D s + \text{tr}(\widetilde{W}^T [P^{-1} \dot{\widetilde{W}} + \phi_x(x) s^T]) + s^T [\varepsilon + \tau_d(t)] \quad (\text{V.35})$$

Wybierając następujące prawo adaptacji wag sieci neuronowej:

$$\dot{\widetilde{W}} = -P \phi_x(x) s^T \quad (\text{V.36})$$

skutkuje

$$\dot{V} = -s^T K_D s + s^T [\tau_d(t) + \varepsilon] \leq -K_{D_{min}} \|s\|^2 + (\varepsilon_N + b) \|s\| \quad (\text{V.37})$$

gdzie $K_{D_{min}}$ to najmniejsza wartość własna macierzy K_D , $\varepsilon_N + b$ to stała wartość. Zatem, $\dot{V} < 0$ jeśli spełniona jest zależność:

$$\psi = \left\{ s: \|s\| > \frac{\varepsilon_N + b}{K_{D_{min}}} \equiv b_s \right\} \quad (\text{V.38})$$

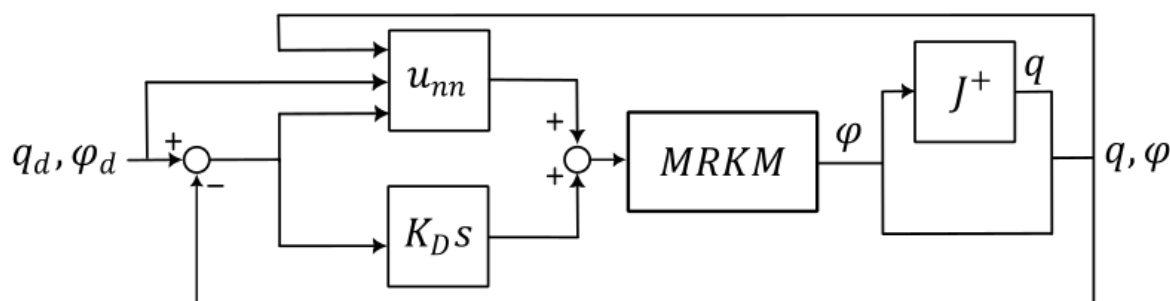
Z zależności (V.38) wynika, że powierzchnia ślizgowa s jest jednostajnie ograniczona końcowa do zbioru ψ , z granicą praktyczną oznaczoną jako b_s . Takie podejście po syntezy sterowania neuronowego umożliwia prawidłowe funkcjonowanie układu sterowania nadążnego z regulatorem PD do czasu aż sieć neuronowa zacznie adaptować wartości wag.

V.2.2 Badania symulacyjne ruchu robota

Przeprowadzono badania symulacyjne w środowisku Matlab/Simulink zastosowania sieci neuronowej w sterowaniu nadążnym mobilnym robotem. Testy przeprowadzono na torach ruchu punktu S wyznaczonych w rozdziale III.3. Założone zostało pojawienie się zakłócenia związanego z oporami ruchu mobilnego robota. Schemat układu sterowania przedstawiony został na rys. V.26. Parametry modelu wykorzystane w symulacjach zamieszczono w tabeli V.15.

Tabela V.15 Oszacowane wartości parametrów

a_1 [kgm]	a_2 [kgm]	a_3 [kgm]	a_4 [kgm]	a_5 [Nm]	a_6 [Nm]	a_7 [Nm]	a_8 [kgm]
0.18	0.16	0.04	0.21	9	9	9	0.23



Rys. V.26. Schemat układu sterowania nadążnego

Schemat sterowania nadążnego przedstawiony na rys. V.26 składa się z:

- $MRKM$ to model matematyczny mobilnego robota
- φ_d to zadane parametry kątowe $MRKM$
- q_d to zadane parametry liniowe $MRKM$
- φ to zrealizowane parametry kątowe $MRKM$
- q to zrealizowane parametry liniowe $MRKM$
- J^+ przelicza otrzymane parametry kątowe na liniowe wg. równania (III.33)
- $K_D s$ to blok regulatora PD
- u_{nn} to sygnał sterowania generowany przez sieć neuronową

Sieć neuronowa składa się z sześciu neuronów z sigmoidalnymi funkcjami aktywacji. Wagi warstwy wejściowej sieci losowo wybrano z przedziału $V_i \in [0.2, 0.2]$, przyjęto również najgorszy przypadek początkowych wartości wag warstwy wyjściowej czyli wartości zerowe $W_i(0) = 0$.

Analogicznie jak w przypadku sterowania odpornego zrealizowane przez $MRKM$ parametry kinematyczne są w formie kątowej, natomiast funkcja $f(x_r)$ zależy od parametrów liniowych, przeliczenie następuje korzystając z zależności (III.33). W tabeli V.16 zamieszczono parametry układu sterowania nadążnego P_i to wzmocnienie uczenia wag (V.36).

Tabela V.16 Parametry układu sterowania nadążnego

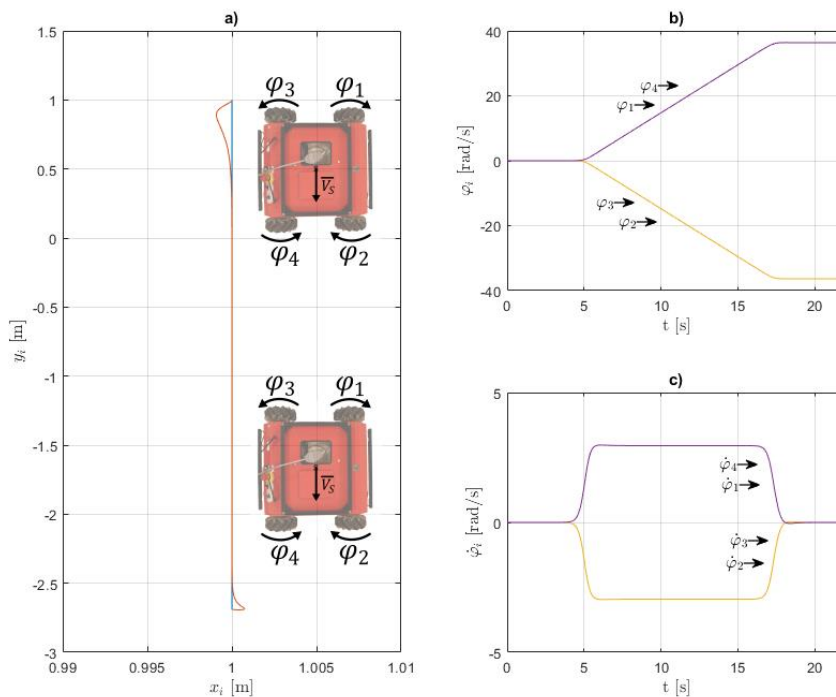
K_D	Λ	P_t
$I_{4 \times 4}$	$2I_{4 \times 4}$	20

Pierwszy test

Pierwsza symulacja zakładała że charakterystyczny punkt S $MRKM$ porusza się po torze prostoliniowym omówionym w punkcie III.3. Dane zadanego toru ruchu zamieszczono w tabeli V.17.

Tabela V.17 Dane zadanego toru ruchu punktu S

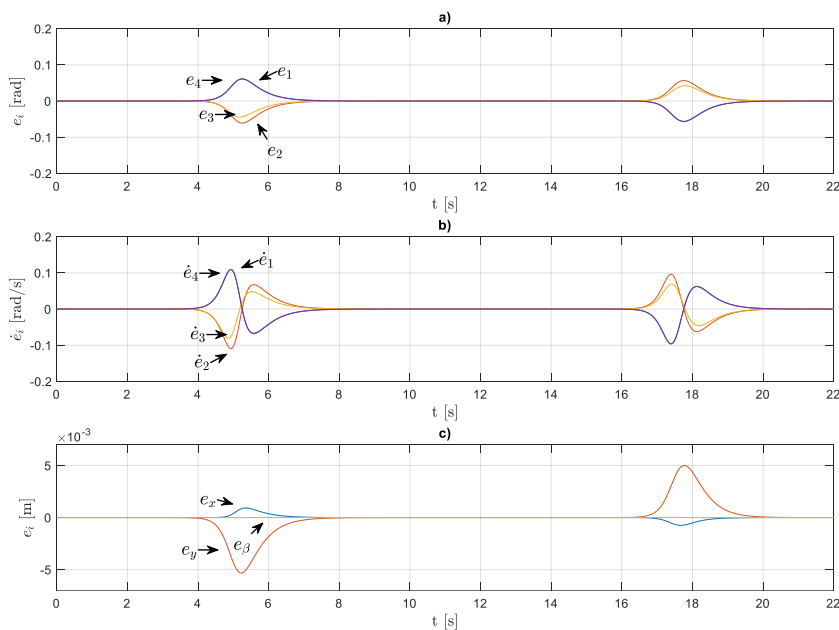
v_s^* [m/s]	c [1/s]	b [s]	b_1 [s]	γ [rad]	β_z [rad]	x_{s0} [m]	y_{s0} [m]
0.3	5	5	17	$-\pi/2$	0	1	1



Rys. V.27. Rezultaty sterowania neuronowego otrzymane w symulacji: a) zadany i zrealizowany tor ruchu punktu S , b) kąty obrotu kół $MRKM$, c) prędkość kątową kół $MRKM$

Ustawienie kąta wektora prędkości punktu S $\gamma = -\pi/2$ w stosunku do początkowego kąta obrotu ramy robota $\beta_z = 0$ powoduje że parametry kątowe kół powinny przyjmować takie same wartości w przypadku kół 1 i 4 oraz 2 i 3, otrzymane kąty obrotu przedstawiono na rys. V.27b, prędkości kątowe na rys. V.27c. Porównanie zadanego toru ruchu (niebieska linia) i zrealizowanego (pomarańczowa linia) zamieszczona na rys. V.27a, widoczne są błędy w początkowej oraz końcowej fazie ruchu $MRKM$.

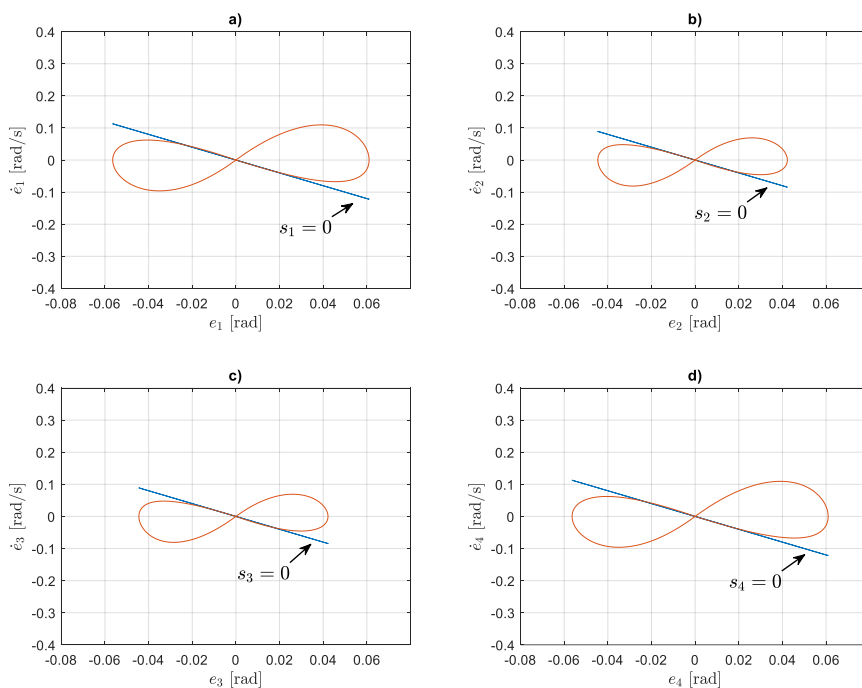
Przebiegi błędów nadążania *MRKM* otrzymane z symulacji zamieszczono na rys. V.28abc. W fazie rozruchu $t = 5$ [s] występuje błąd związany z procesem adaptacji wartości wag sieci neuronowych (rys. V.30def), ok $t = 5.5$ [s] wagi sieci neuronowych osiągają ustalone wartości zbliżone optymalnym co powoduje kompensację błędu nadążania. Wartości błędów kąta obrotu dążą do wartości bliskich wartościom zerowym, co eliminuje obecność błędu statycznego. Przebiegi trajektorii fazowej błędu nadążania przedstawione na rys. V.4abcd mają zbliżony charakter. Zaobserwowano że po pojawieniu się błędów związanych z fazą rozruchu i hamowania trajektoria fazowa wykonuje ograniczone oscylacje, formując pętle, po czym powraca do stanu równowagi wzdłuż powierzchni ślizgowej $s_i = 0$.



Rys. V.28. Rezultaty sterowania neuronowego otrzymane w symulacji: a) błędy kątów obrotu kół *MRKM*, b) błędy prędkości kątowej kół *MRKM*, c) błędy liniowe punktu *S*

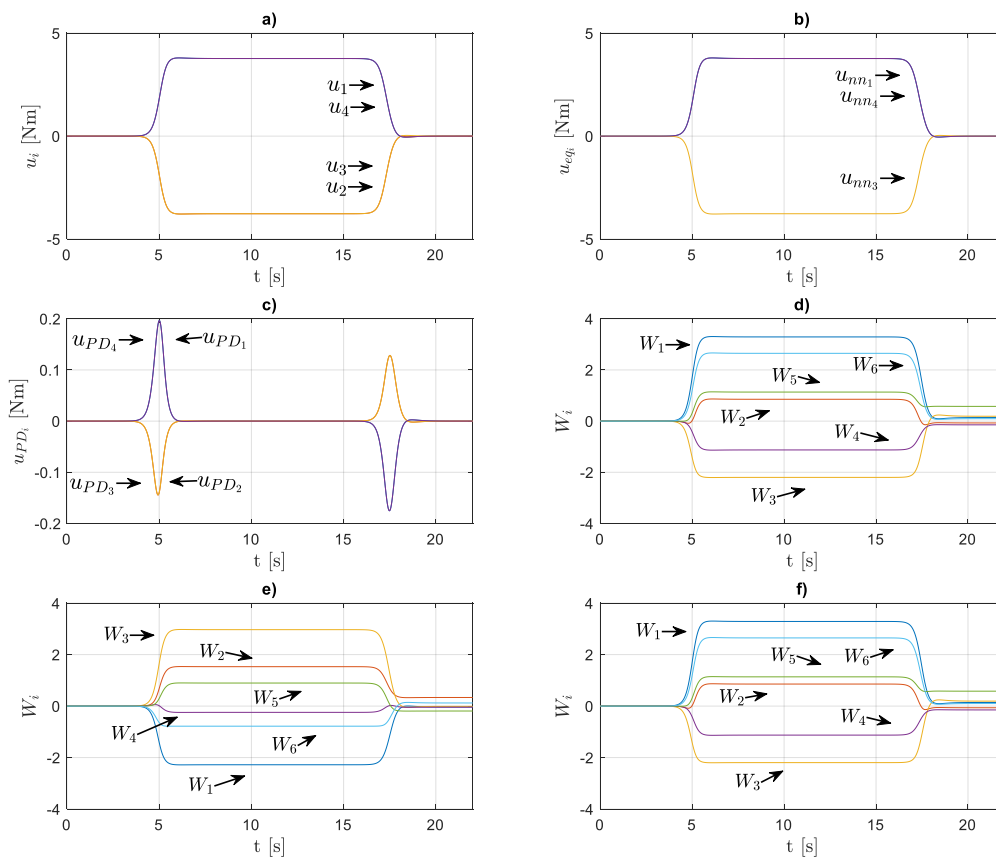
Tabela V.18 Wartości wskaźników jakości

	e_{imax} [rad]	\dot{e}_{imax} [rad/s]	ε_i [rad]	$\dot{\varepsilon}_i$ [rad/s]	d_{max} [m]
1	0.061	0.109	0.014	0.023	
2	0.044	0.081	0.011	0.017	
3	0.044	0.081	0.011	0.017	0.005
4	0.061	0.109	0.014	0.023	



Rys. V.29. Rezultaty sterowania neuronowego otrzymane w symulacji: a) trajektoria fazowa błędu koła 1 w otoczeniu rozmaitości, b) trajektoria fazowa błędu koła 2 w otoczeniu rozmaitości, c) trajektoria fazowa błędu koła 3 w otoczeniu rozmaitości, d) trajektoria fazowa błędu koła 4 w otoczeniu rozmaitości

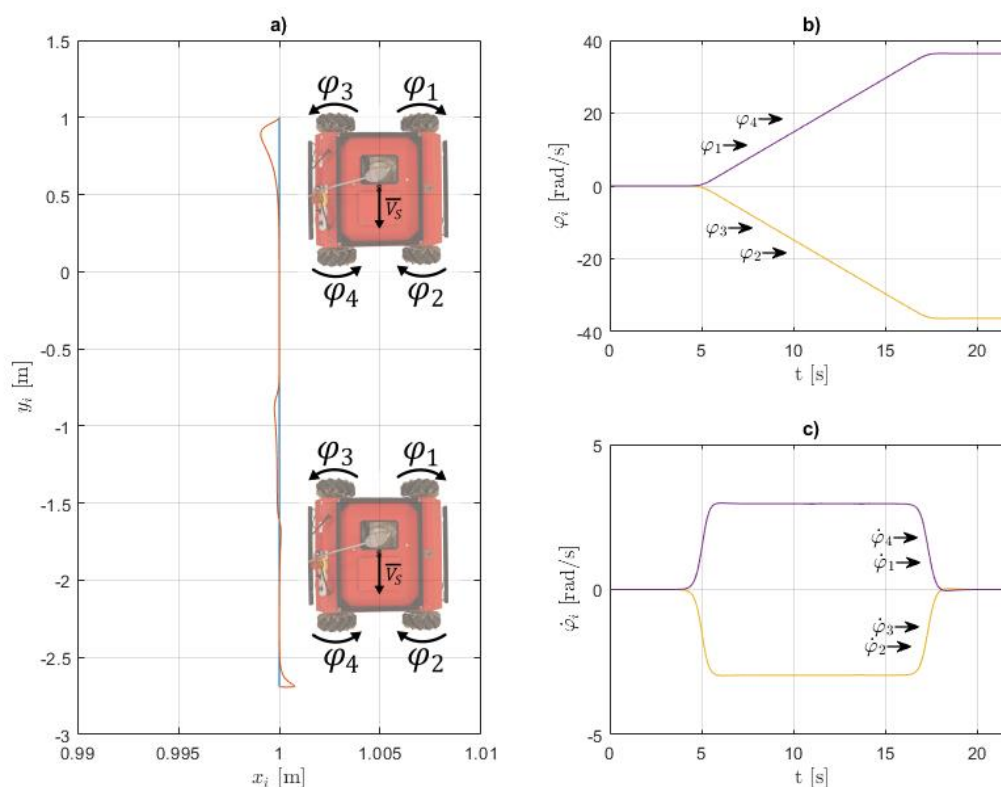
Sygnał sterowania całkowitego *MRKM* uzyskany z symulacji zamieszczono na rys. V.5a. Główny sygnał generuje sterowanie neuronowe (rys. V.5b), regulator PD (rys. V.5c) jest aktywny w okresie rozruchu i hamowania, związane jest to ze zmianą warunków pracy *MRKM* co powoduje błędy związane z korektą wag. W fazie rozruchu *MRKM*, sygnał sterowania PD (rys. V.5c) jest dominujący, aczkolwiek w czasie ok. $t = 6$ [s] zostaje wygłuszony przez sygnał wygenerowany przez sieci neuronowe (rys. V.5b), spowodowane jest to zerowymi warunkami początkowymi wag sieci neuronowych. Proces adaptacji wag sieci neuronowych prowadzi do wzrostu wartości sygnałów sterujących wygenerowanych przez sieć które zaczynają dominować w wartości całkowitego sygnału sterowania (rys. V.5a). W czasie $t = 17$ [s] obserwowalny jest wzrost sygnału regulatora PD, wywołany zmianą warunków pracy *MRKM*, powodującą konieczność adaptacji wag sieci neuronowej, związaną z fazą hamowania. Przebiegi wartości wag sieci neuronowych zostały przedstawione na rys. V.30def. Po zakończeniu fazy rozruchu, obserwuje się stabilizację wag w pobliżu stałych wartości, co utrzymuje się aż do momentu wystąpienia kolejnej zmiany warunków pracy *MRKM*, tj. fazy hamowania. W tabeli V.18 zamieszczone zostały wartości przyjętych wskaźników jakości.



Rys. V.30. Rezultaty sterowania neuronowego otrzymane w symulacji: a) przebieg sygnału sterowania całkowitego, b) przebieg sygnału sterowania neuronowego, c) przebieg sygnału sterowanie PD, d) przebiegi wartości wag sieci koła 1, e) przebiegi wartości wag sieci koła 3, f) przebiegi wartości wag sieci koła 4

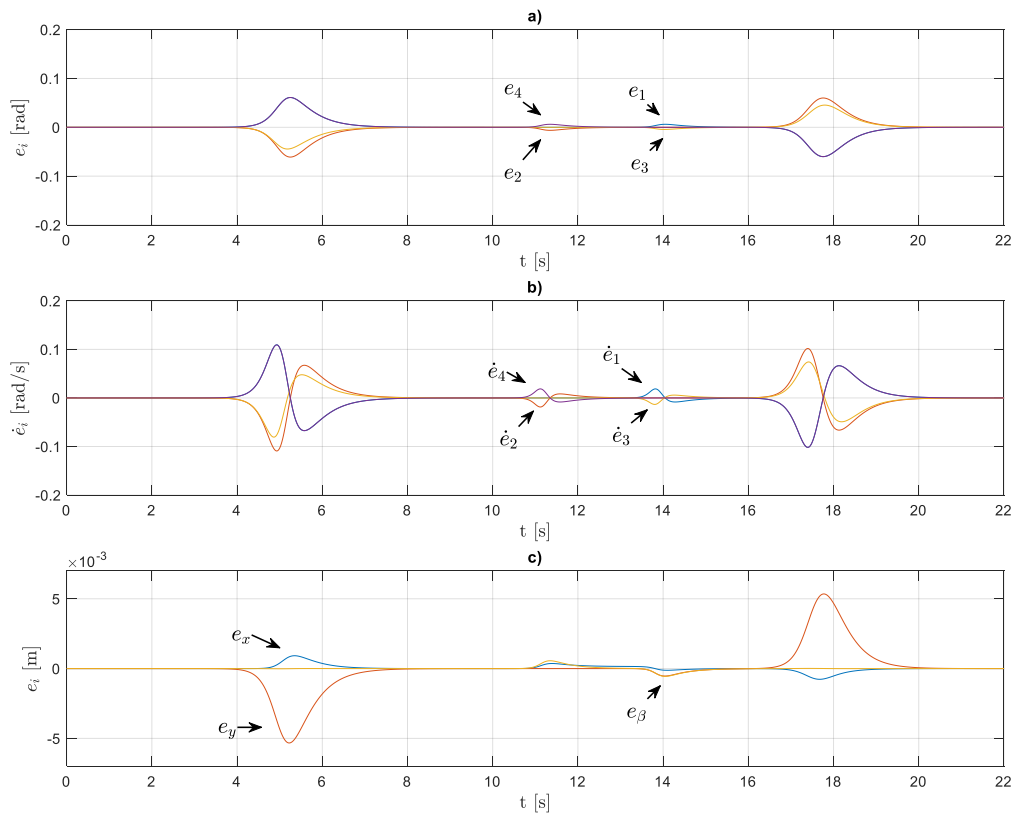
Drugi test

Drugi test symulacyjny na torze prostoliniowym zakładał że w czasie $t = 11.1$ [s] dla kół 2 i 4, oraz $t = 13.8$ [s] dla kół 1 i 3 wprowadzone zostaje zakłócenie związane ze zmianą oporów ruchu mobilnego robota, co powoduje zmianę parametrów odpowiadających za opory ruchu *MRKM* o $\Delta a_5 = \Delta a_6 = \Delta a_7 = 0.8$ [Nm]. Wartość zakłócenia została oszacowana na podstawie pomiarów na stanowisku weryfikacyjnym.



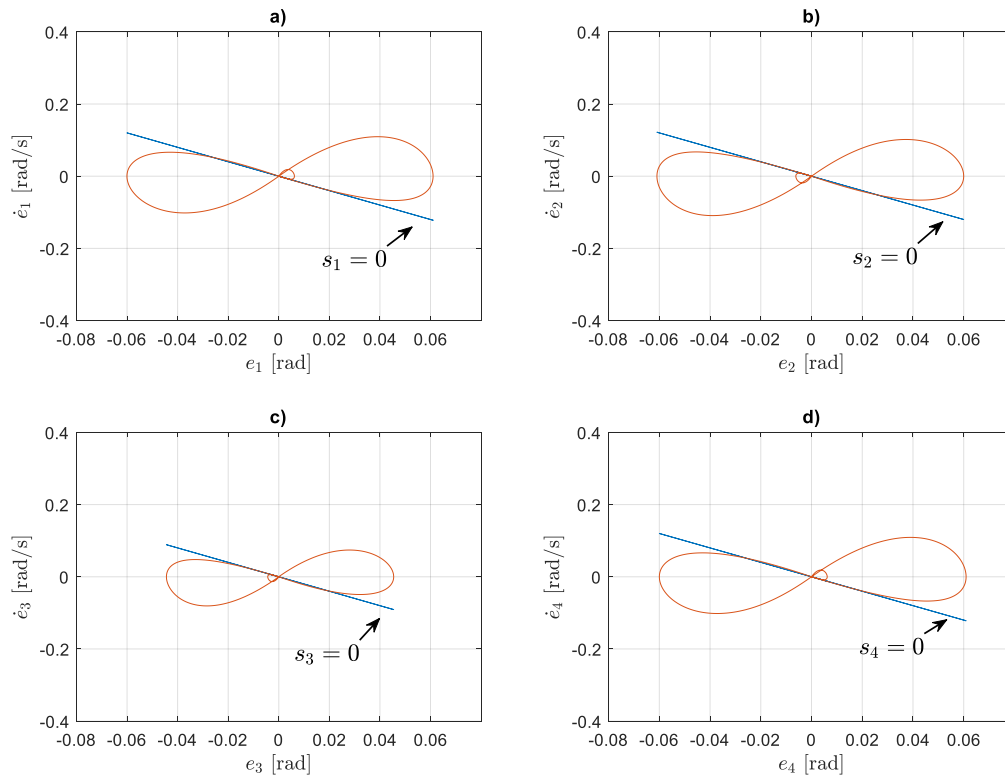
Rys. V.31. Rezultaty sterowania neuronowego otrzymane w symulacji na trajektorii prostej z zakłóceniem parametrycznym: a) zadany i zrealizowany tor ruchu punktu S , b) kąty obrotu kół *MRKM*, c) prędkość kątowa kół *MRKM*

Porównanie zadanego (linia niebieska) i zrealizowanego (linia pomarańczowa) toru ruchu punktu S *MRKM* zamieszczono na rys. V.31a. Maksymalna odległość $d_{\max} \approx 0.005$ [m] obserwowalna jest podczas fazy rozruchu. Przebiegi kątów obrotu kół *MRKM* przedstawiono na rys. V.31b, prędkości kątowe kół na rys. V.31c.



Rys. V.32. Rezultaty sterowania neuronowego otrzymane w symulacji z zakłóceniem parametrycznym: a) błędy kątów obrotu kół *MRKM*, b) błędy prędkości kątowej kół *MRKM*, c) błędy liniowe punktu *S*

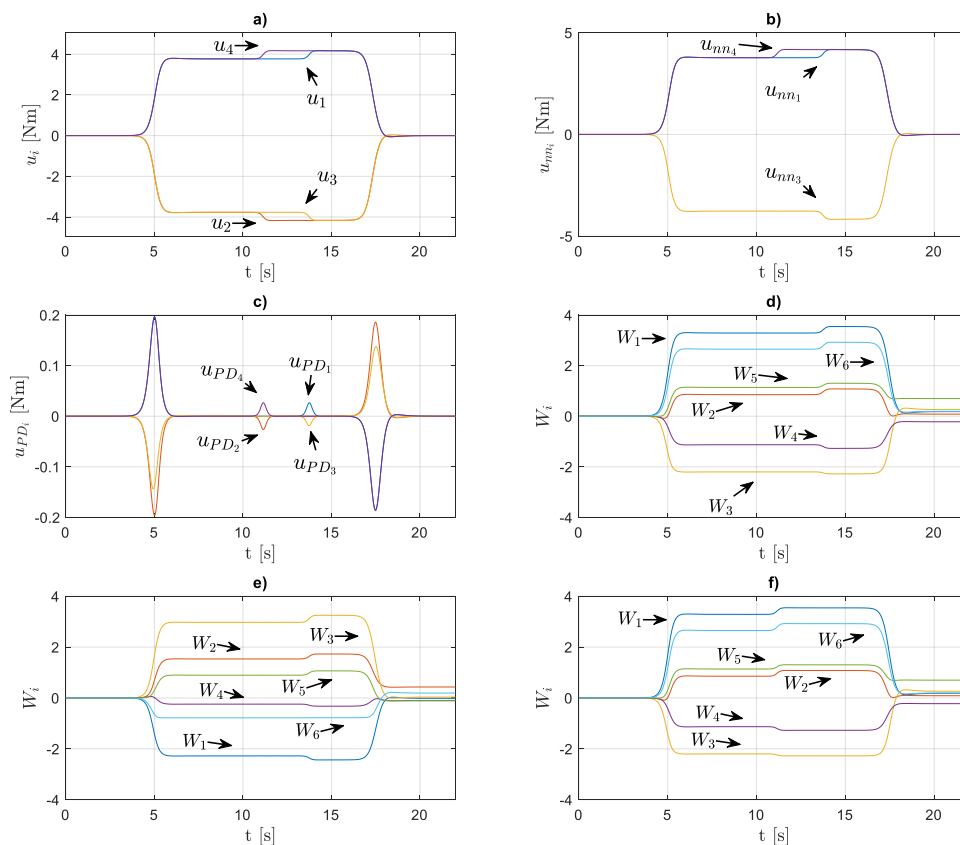
Przebiegi błędów nadążania zamieszczono na rys. V.32abc, w fazie rozruchu i hamowania błędy wykazują zbliżony rząd wielkości do symulacji bez zakłóceń. Obserwowalne są niewielkie zmiany w przebiegu błędów nadążania w czasie $t = 11.1$ [s] dla kół 2 i 4 oraz $t = 13.6$ dla kół 1 i 3, spowodowane jest to wystąpieniem zakłócenia parametrycznego na poszczególnych kołach. Analogicznie jak w symulacji bez zakłóceń, największe wartości błędów liniowych występują na osi *Y*, co spowodowane jest kierunkiem ruchu *MRKM*. Trajektorie fazowe błędów nadążania zamieszczono na rys. V.33abcd, wprowadzenie zakłócenia parametrycznego do systemu nie skutkuje trwałym oddaleniem trajektorii fazowej błędu nadążania od powierzchni ślizgowej $s_i = 0$. Zaobserwowano, że trajektoria fazowa wykonuje ograniczone oscylacje, formując małe pętle, po czym powraca do stanu równowagi wzdłuż powierzchni ślizgowej $s_i = 0$. Taka dynamika wskazuje na skuteczność algorytmu sterowania w kompensowaniu wpływu zakłóceń parametrycznych wynikających ze zmiany oporów ruchu *MRKM*.



Rys. V.33. Rezultaty sterowania neuronowego otrzymane w symulacji z zakłóceniem parametrycznym: a) trajektoria fazowa błędu koła 1, b) trajektoria fazowa błędu nadążania koła 2, c) trajektoria fazowa błędu nadążania koła 3, d) trajektoria fazowa błędu nadążania koła 4

Tabela V.19. Wartości wskaźników jakości

	e_{imax} [rad]	\dot{e}_{imax} [rad/s]	ε_i [rad]	$\dot{\varepsilon}_i$ [rad/s]	d_{max} [m]
1	0.061	0.109	0.014	0.024	
2	0.060	0.109	0.014	0.024	
3	0.045	0.081	0.011	0.017	0.005
4	0.060	0.109	0.014	0.034	



Rys. V.34. Rezultaty sterowania neuronowego otrzymane w symulacji: a) przebieg sygnału sterowania całkowitego, b) przebieg sygnału sterowania neuronowego, c) przebieg sygnału sterowanie PD, d) przebiegi wartości wag sieci koła 1, e) przebiegi wartości wag sieci koła 3, f) przebiegi wartości wag sieci koła 4

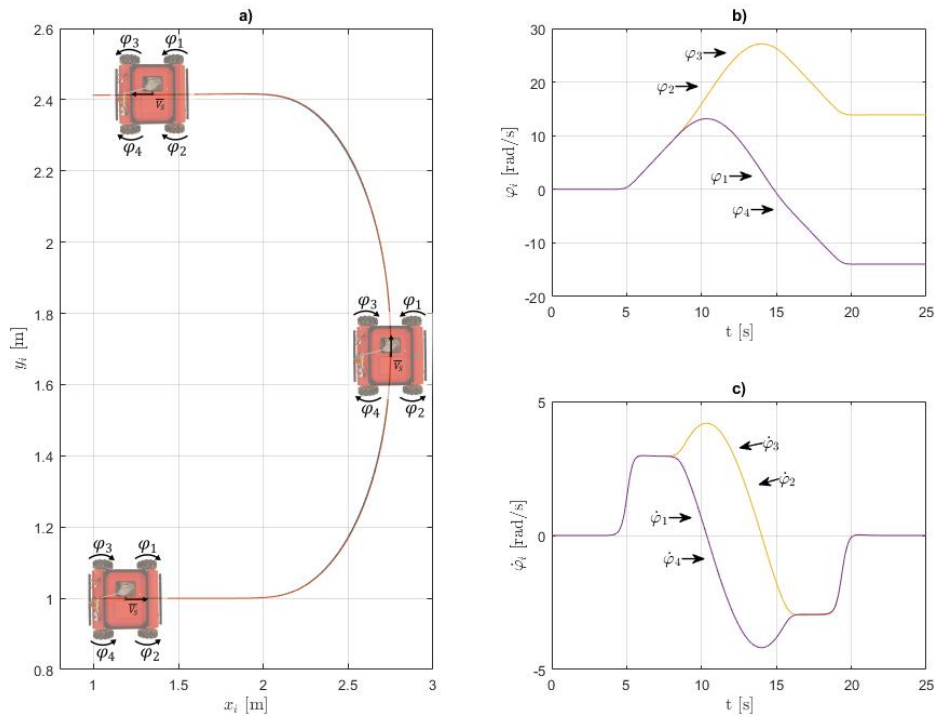
Przebiegi całkowitych sygnałów sterowania zamieszczono na rys. V.34a, w czasie $t = 11.1$ [s] obserwowalny jest wzrost wartości sygnału sterowania dla kół 2 i 4, w czasie $t = 11.1$ [s] dla kół 1 i 3, co spowodowane jest wprowadzeniem do systemu zakłócenia parametrycznego związanego ze zmianą oporów ruchu kół robota. Podczas występowania zakłóceń, obserwuje się zmiany w wartościach wag sieci neuronowych (rys. V.34def), co wskazuje na zmianę warunków pracy *MRKM* oraz na konieczność dokonania korekty wartości wag. Ta obserwacja podkreśla zdolność adaptacyjną sieci neuronowej do dynamicznego dostosowywania się do zmieniających się warunków operacyjnych robota, co jest kluczowe dla utrzymania optymalnej wydajności systemu w obliczu nieprzewidzianych zakłóceń. Wartości przyjętych wskaźników jakości zamieszczono w tab.V.19.

Trzeci test

Trzecia symulacja przeprowadzona została na torze ruchu punktu S w kształcie łuku przedstawionego w punkcie III.3, oraz założeniem że prędkość kątowna ramy $MRKM$ nie zmienia się w czasie $\dot{\beta}(t) = 0$. Dane zadanego toru ruchu zamieszczono w tabeli V.20.

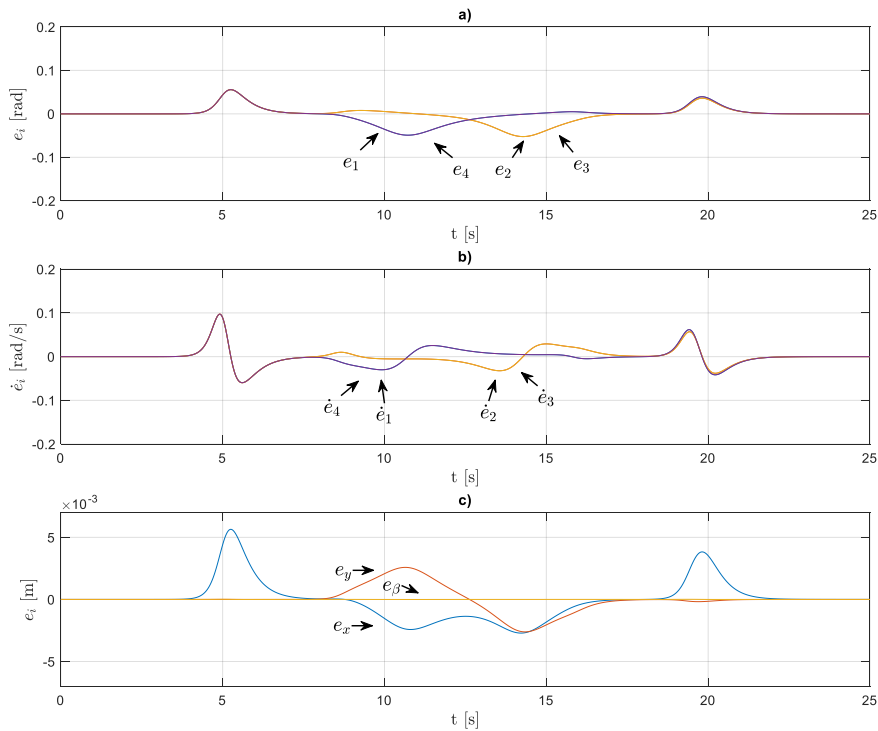
Tabela V.20 Dane zadanego toru ruchu punktu S

v_s^* [m/s]	c [1/s]	b [s]	b_1 [s]	γ [rad]	$\beta(0)$ [rad]	x_{s0} [m]	y_{s0} [m]	c_β [1/s]	b_S [s]	b_{S1} [s]	R_R [m]
0.3	5	5	19.34	0	0	1	1	5	8.5	15.84	0.7

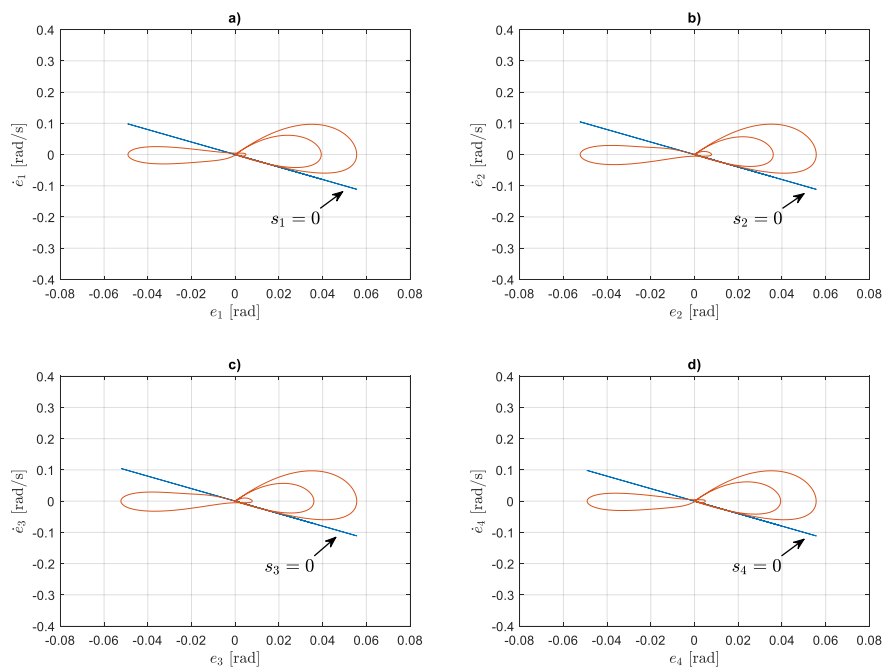


Rys. V.35. Rezultaty sterowania neuronowego otrzymane w symulacji z $\dot{\beta}(t) = const$:
a) zadany i zrealizowany tor ruchu punktu S , b) zrealizowane kąty obrotu kół $MRKM$,
c) zrealizowana prędkość kątowna kół $MRKM$

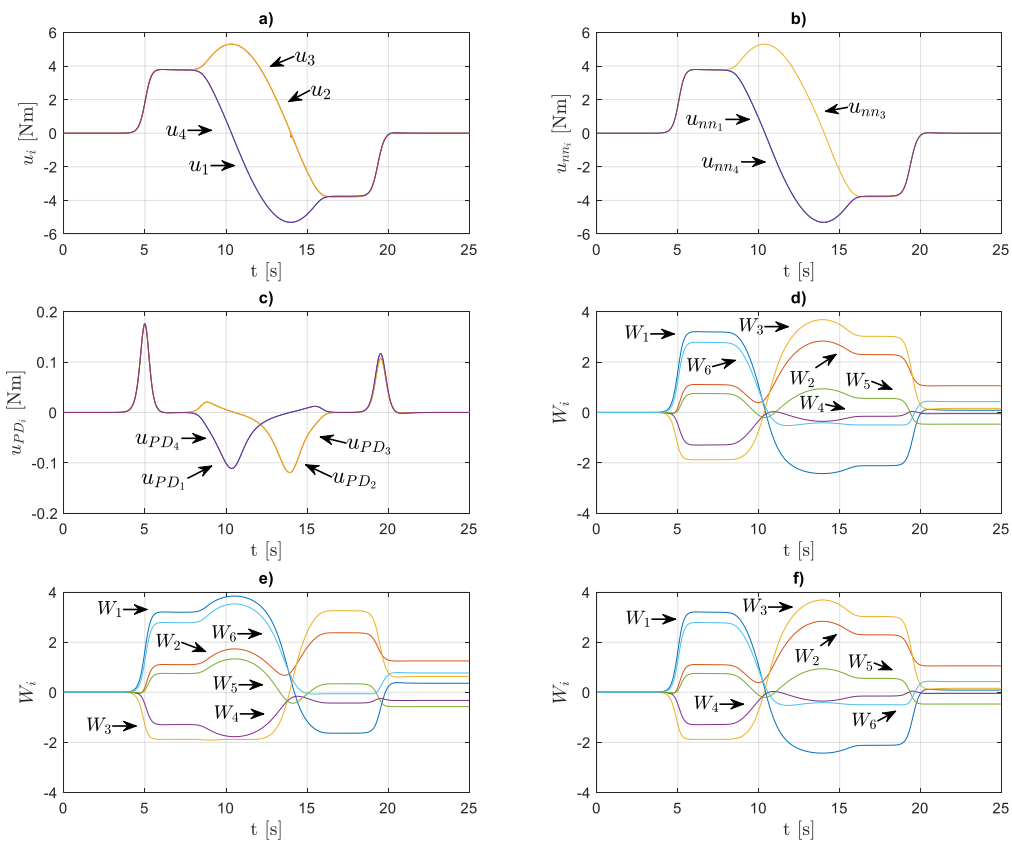
Porównanie zadanego i zrealizowanego toru ruchu punktu S $MRKM$ zamieszczono na rys. V.35a. Przebiegi kątów obrotu kół $MRKM$ przedstawiono na rys. V.35b, prędkości kątowe kół na rys. V.35c. Przebiegi błędów nadążania zamieszczono na rys. V.36abc, analogicznie jak w symulacjach toru prostoliniowego, błędy nadążania występujące w fazie rozruchu $t = 5$ [s] kompensowane są przez sieci neuronowe gdy wagi osiągną wartości bliskie optymalnym. W czasie $t = 9$ [s] robot zaczyna realizować łuk, co powoduje wzrost wartości błędów nadążania związanych ze zmianą warunków pracy $MRKM$. Przebiegi trajektorii fazowych błędów nadążania kół $MRKM$ zamieszczono na rys. V.37abcd. Przebiegi mają zbliżony charakter, po pojawieniu się błędów związanych z fazą rozruchu, hamowania oraz realizacji trajektorii w kształcie łuku trajektoria fazowa wykonuje ograniczone oscylacje, formując pętle, po czym powraca do stanu równowagi wzdłuż powierzchni ślizgowej $s_i = 0$.



Rys. V.36. Rezultaty sterowania neuronowego otrzymane w symulacji z $\hat{\beta}(t) = const$: a) błędy kątów obrotu kół $MRKM$, b) błędy prędkości kątowej kół $MRKM_M$, c) błędy liniowe punktu S



Rys. V.37. Rezultaty sterowania neuronowego otrzymane w symulacji z $\hat{\beta}(t) = const$: a) trajektoria fazowa błędu koła 1, b) trajektoria fazowa błędu koła 2, c) trajektoria fazowa błędu koła 3, d) trajektoria fazowa błędu koła 4



Rys. V.38. Rezultaty sterowania neuronowego otrzymane w symulacji z $\dot{\beta}(t) = const$: a) Przebieg sygnału sterowania całkowitego, b) przebieg sygnału sterowania neuronowego, c) przebieg sygnału sterowanie PD, d) przebiegi wartości wag sieci koła 1, e) przebiegi wartości wag sieci koła 3, f) przebiegi wartości wag sieci koła 4

Sygnał sterowania całkowitego zamieszczono na rys. V.38a, sygnał sterowania PD (rys. V.38c) jest aktywny w fazie rozruchu, hamowania oraz realizacji pętli, co wynika ze zmiany warunków pracy robota i konieczności korekty wag sieci neuronowych generujących sygnał sterowania zamieszczony na rys. V.38b. Przebiegi zmian wag sieci neuronowych, przedstawione na rysunku V.38def, wykazują zależność od zmiany trajektorii robota, co świadczy o adaptacyjnych właściwościach sieci neuronowej w procesie dostosowywania się do nowych warunków pracy *MRKM*. Podkreśla to zdolność algorytmu sterowania opartego na sieci neuronowej RVFL do dynamicznego reagowania na zmiany trajektorii robota, co zapewnia skuteczną realizację zadania sterowania nadążnego przez robota. W tabeli V.21 zamieszczono otrzymane wartości przyjętych wskaźników jakości.

Tabela V.21 Wartości wskaźników jakości

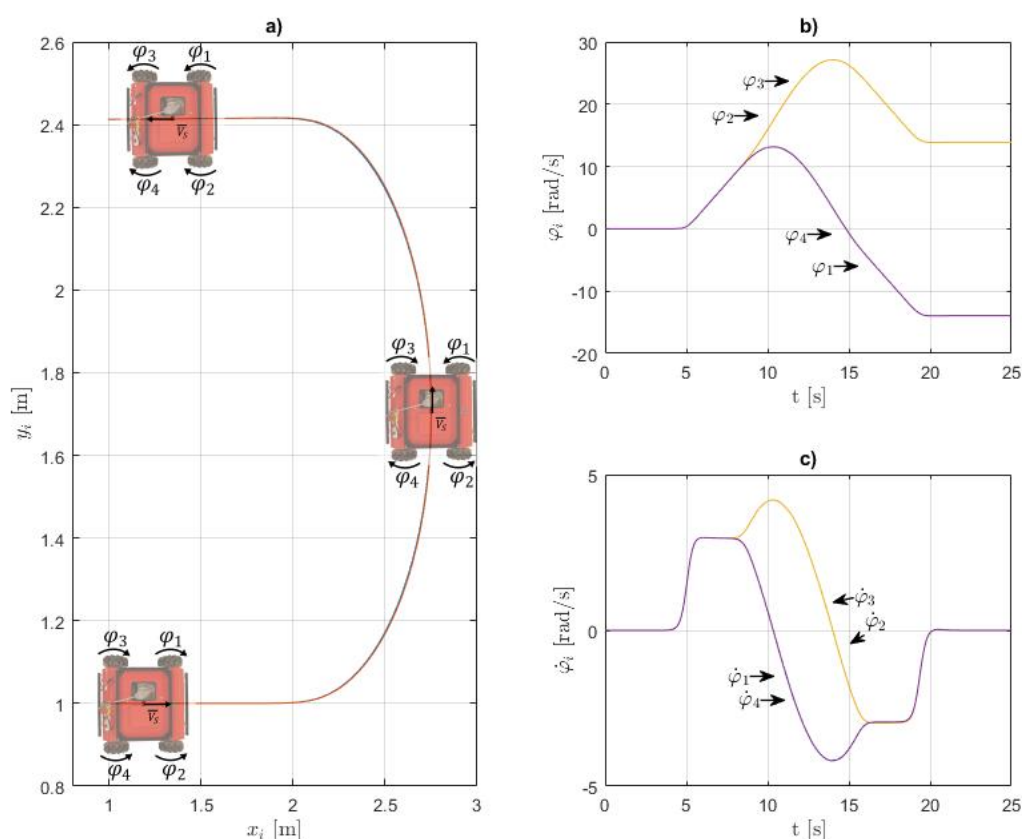
	e_{imax} [rad]	\dot{e}_{imax} [rad/s]	ϵ_i [rad]	$\dot{\epsilon}_i$ [rad/s]	d_{max} [m]
1	0.055	0.097	0.017	0.021	
2	0.055	0.097	0.017	0.021	
3	0.055	0.097	0.017	0.021	0.005
4	0.055	0.097	0.017	0.021	

Czwarty test

Czwarta symulacja przeprowadzona została na torze ruchu punktu S w kształcie łuku przedstawionego w punkcie III.3, z danymi zamieszczonymi w tabeli V.22 oraz założeniem że prędkość kątowna ramy $MRKM$ nie zmienia się w czasie $\dot{\beta}(t) = 0$, założono również że w czasie $t = 11.1$ [s] dla kół 1 i 3, oraz $t = 14.1$ [s] dla kół 2 i 4 wprowadzone zostaje zakłócenie związane ze zmianą oporów ruchu mobilnego robota, powodujące zmianę parametrów odpowiadających za opory ruchu $MRKM_M$ o $\Delta a_5 = \Delta a_6 = \Delta a_7 = 0.8$ [Nm].

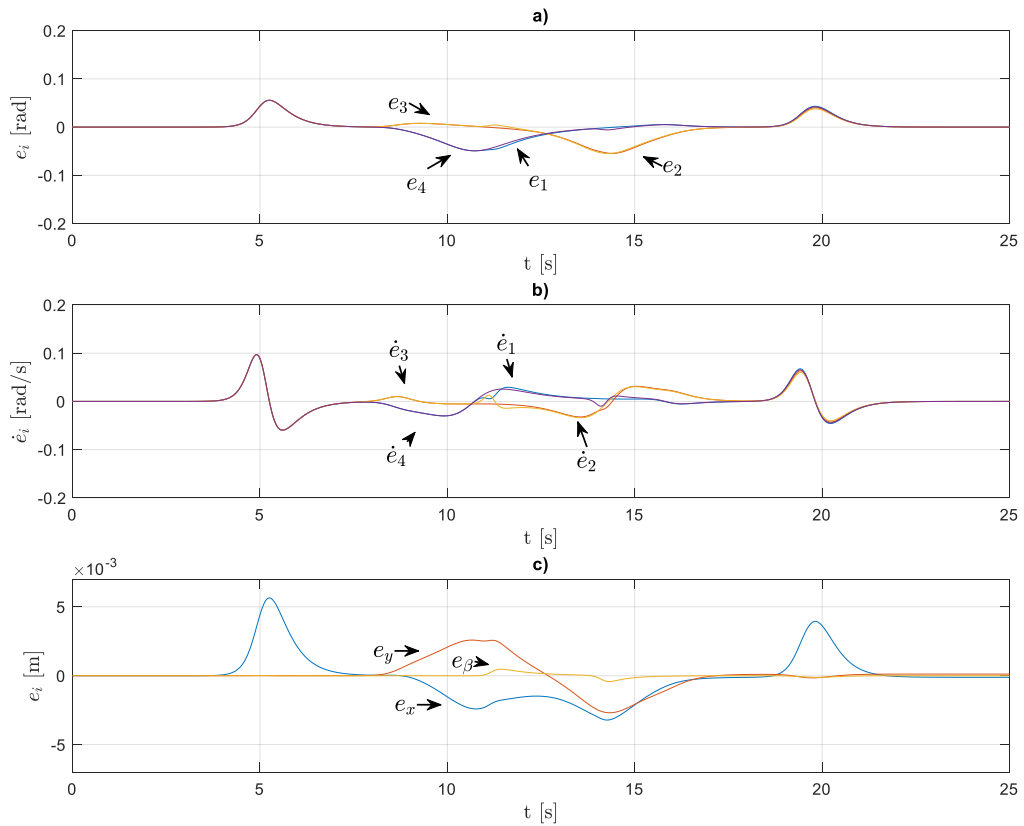
Tabela V.22 Dane zadanego toru ruchu punktu S

v_s^* [m/s]	c [1/s]	b [s]	b_1 [s]	γ [rad]	$\beta(0)$ [rad]	x_{s0} [m]	y_{s0} [m]	c_β [1/s]	b_S [s]	b_{S1} [s]	R_R [m]
0.3	5	5	19.34	0	0	1	1	5	8.5	15.84	0.7



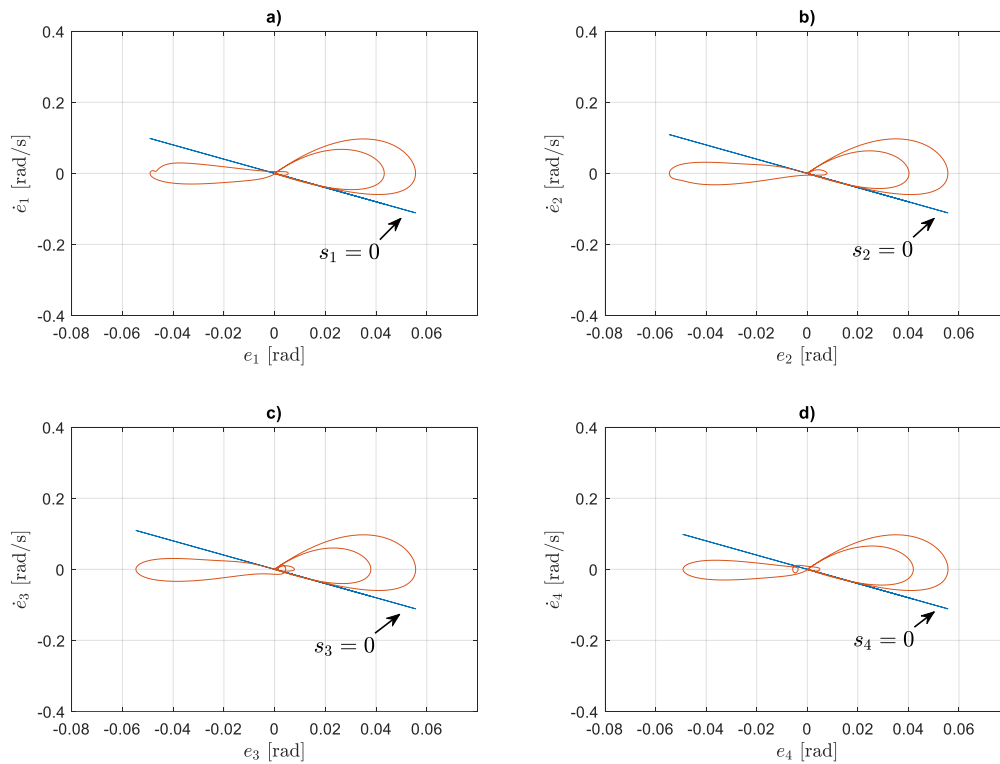
Rys. V.39. Rezultaty sterowania neuronowego otrzymane w symulacji z $\dot{\beta}(t) = const$: a) zadany i zrealizowany tor ruchu punktu S , b) kąty obrotu kół $MRKM$, c) prędkość kątowna kół $MRKM$

Porównanie zadanego i zrealizowanego przez punkt S $MRKM$ toru ruchu zamieszczono na rys. V.35a, maksymalna odległość $d_{max} \approx 0.005$ [m]. Przebiegi kątów obrotu kół $MRKM$ przedstawiono na rys. V.35b, prędkości kątowne kół na rys. V.35c.

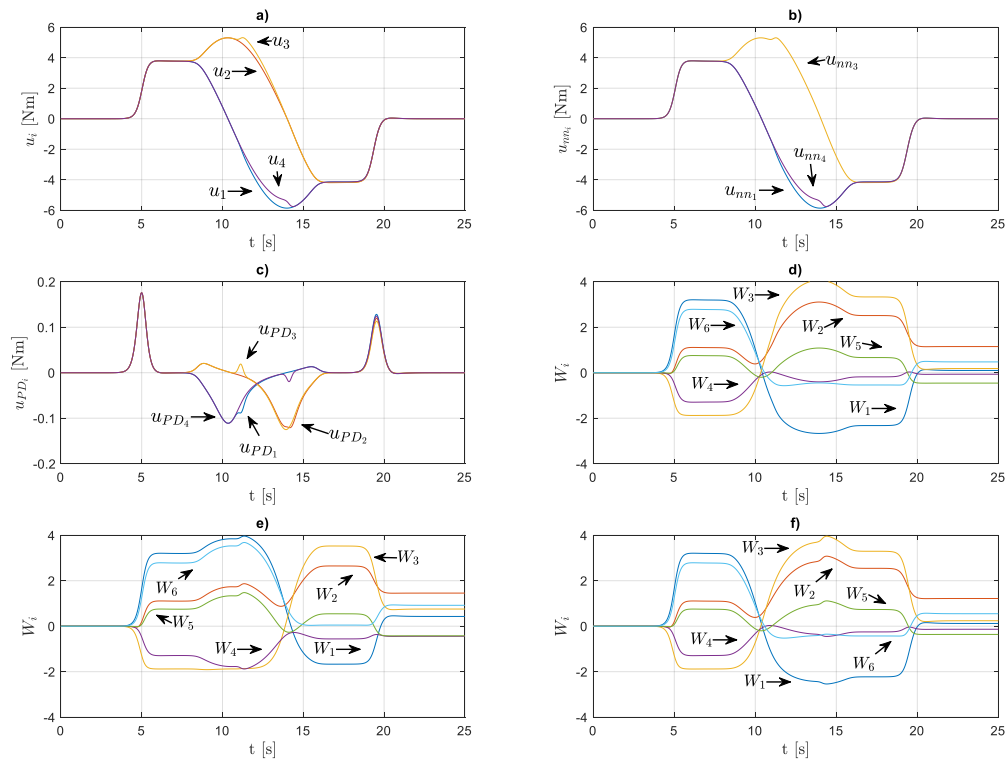


Rys. V.40. Rezultaty sterowania neuronowego otrzymane w symulacji z $\dot{\beta}(t) = const$: a) błędy kątów obrotu kół $MRKM$, b) błędy prędkości kątowej kół $MRKM_M$, c) błędy liniowe punktu S

Zamieszczone na rys. V.40abc przebiegi błędów nadążania mają zbliżony charakter do przebiegów otrzymanych w symulacji bez zakłóceń. W czasie $t=11.1$ [s] dla kół 1 i 3, oraz $t=14.1$ [s] dla kół 2 i 4, czyli w momencie wprowadzenia zakłócenia obserwowalne są niewielkie zmiany w przebiegach błędów, co wskazuje na skuteczność kompensacji tego typu zakłóceń przez zastosowany układu sterowania. Przebiegi trajektorii fazowych błędów nadążania (rys. V.41abcd) stabilizują się wzdłuż $s_i = 0$ po wystąpieniu zakłócenia parametrycznego.



Rys. V.41. Rezultaty sterowania neuronowego otrzymane w symulacji z $\dot{\beta}(t) = const$:
 a) trajektoria fazowa błędu koła 1, b) trajektoria fazowa błędu koła 2, c) trajektoria fazowa błędu koła 3, d) trajektoria fazowa błędu koła 4



Rys. V.42. Rezultaty sterowania neuronowego otrzymane w symulacji z $\hat{\beta}(t) = const$: a) Przebieg sygnału sterowania całkowitego, b) przebieg sygnału sterowania neuronowego, c) przebieg sygnału sterowanie PD, d) przebiegi wartości wag sieci koła 1, e) przebiegi wartości wag sieci koła 3, f) przebiegi wartości wag sieci koła 4

Całkowity sygnał sterowania zamieszczono na rys. V.42a, dominującym sygnałem jest sygnał sieci neuronowej (rys. V.42b). Sygnał regulatora PD (rys. V.42c) wykazuje aktywność gdy następuje zmiana warunków pracy *MRKM*, co jest równoznaczne z koniecznością korekty wag sieci neuronowych (V.42def), które adaptują się do nowych, bliskich optymalnym wartości. Wartości przyjętych wskaźników jakości zamieszczono w tab.V.23.

Tabela V.23 Wartości wskaźników jakości

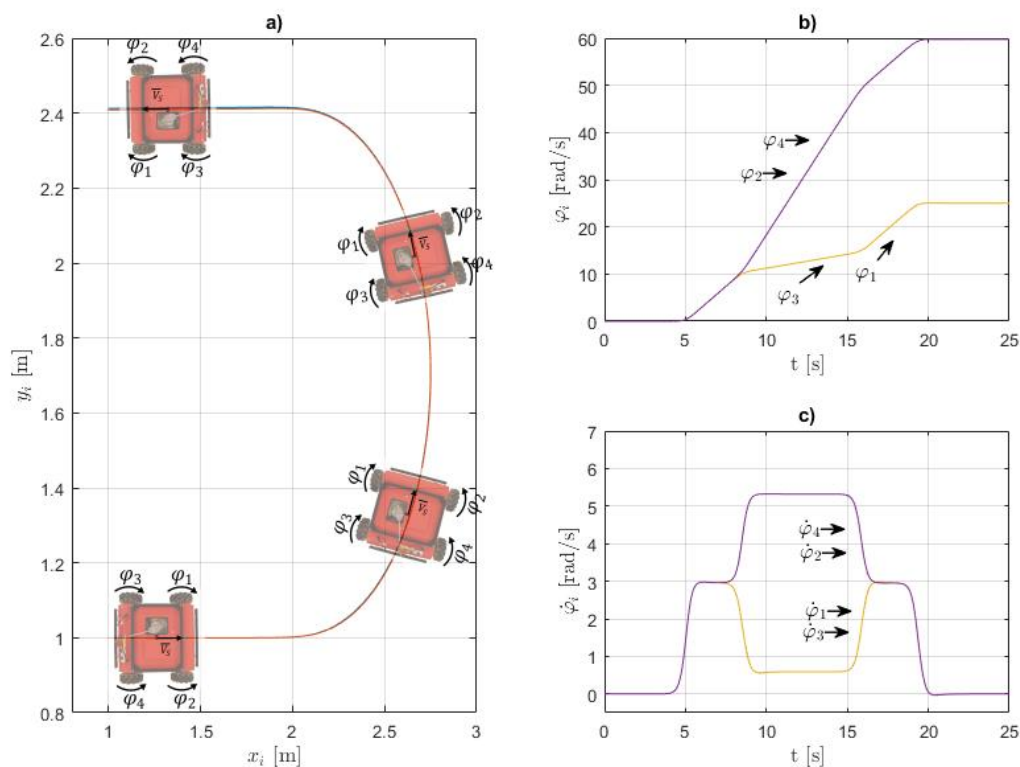
	e_{imax} [rad]	\dot{e}_{imax} [rad/s]	ϵ_i [rad]	$\dot{\epsilon}_i$ [rad/s]	d_{max} [m]
1	0.055	0.097	0.018	0.021	
2	0.055	0.097	0.018	0.021	
3	0.055	0.097	0.018	0.021	0.005
4	0.055	0.097	0.018	0.021	

Piąty test

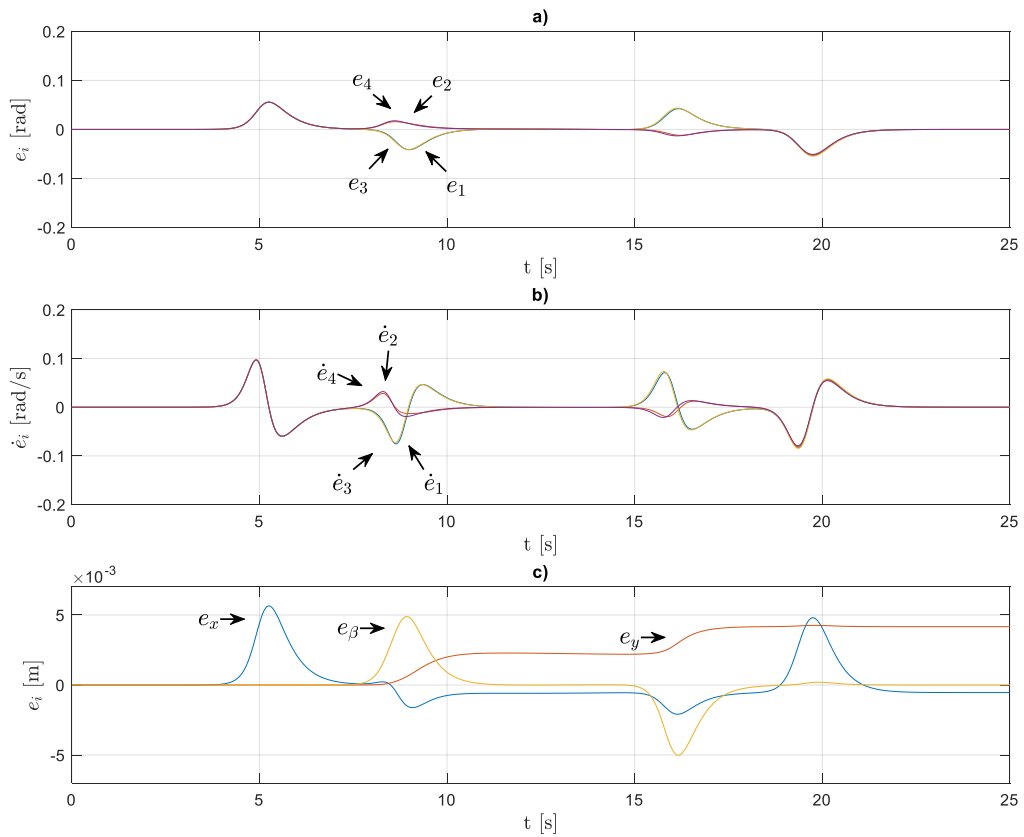
Kolejny test symulacyjny przeprowadzony został na torze ruchu punktu S w kształcie łuku, z danymi zamieszczonymi w tab. V.24, oraz z założeniem że kąt obrotu ramy robota zmienia się w czasie $\dot{\beta}(t) \neq 0$ [rad/s], opisaney w punkcie III.3. W przyjętym wariantcie symulacji robot od momentu rozruchu w $t = 5$ [s], porusza się po prostej tak że $\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_3 = \dot{\varphi}_4$, następnie w $t = 8.5$ [s] zaczyna realizować pętlę z założeniem $\dot{\beta}(t) \neq 0$ [rad/s] co powoduje $\dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_4$, $\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_3$. Zadany i zrealizowany tor ruchu punktu S przedstawiono na rys. V.43a. Zrealizowane kąty obrotu kół przedstawiono na rys. V.43b, prędkości kątowe na rys. V.43c.

Tabela V.24. Dane zadanego toru ruchu punktu S

v_s^* [m/s]	c [1/s]	b [s]	b_1 [s]	γ [rad]	$\beta(0)$ [rad]	x_{s0} [m]	y_{s0} [m]	c_β [1/s]	b_S [s]	b_{S1} [s]	R_R [m]
0.3	5	5	19.34	0	0	1	1	5	8.5	15.84	0.7

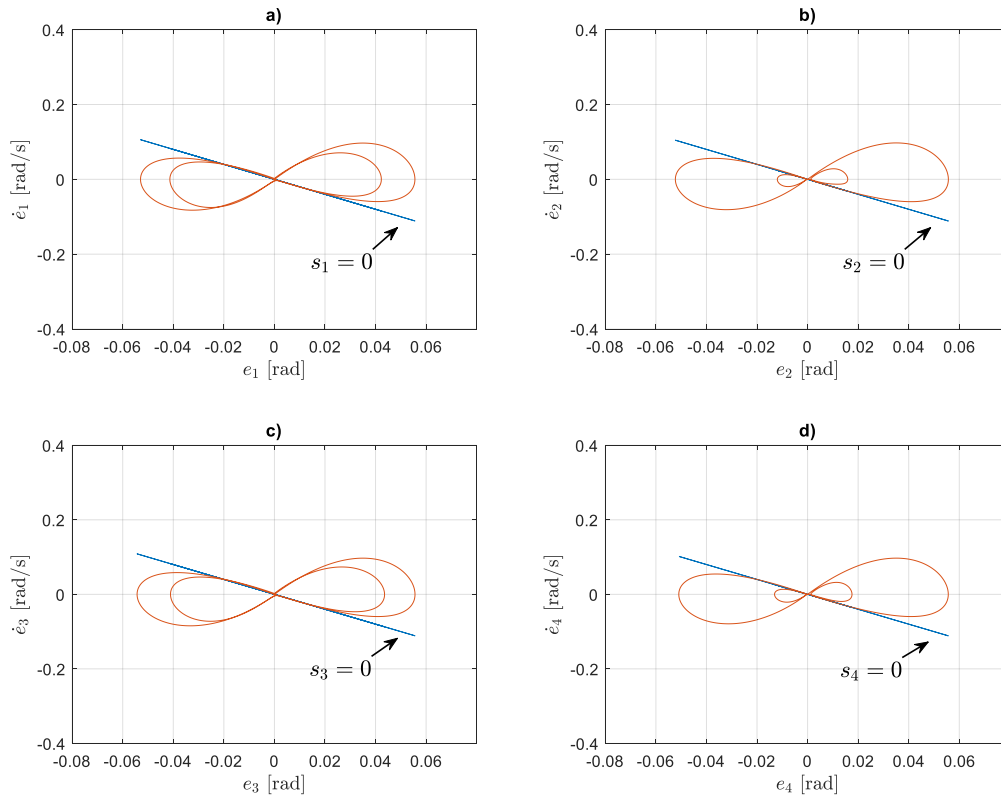


Rys. V.43. Rezultaty sterowania neuronowego otrzymane w symulacji z $\dot{\beta}(t) \neq const$: a) zadany i zrealizowany tor ruchu punkt S , b) kąty obrotu kół $MRKM$, c) prędkość kątoowa kół $MRKM$

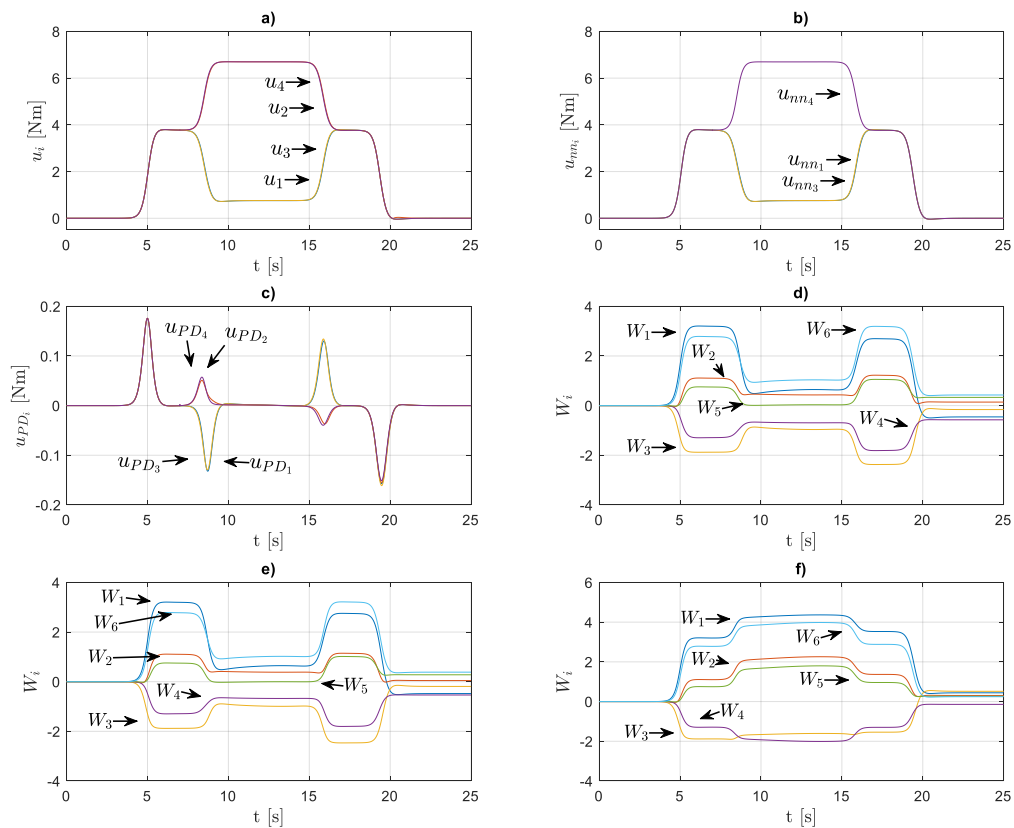


Rys. V.44. Rezultaty sterowania neuronowego otrzymane w symulacji na trajektorii w formie łuku z $\dot{\beta}(t) \neq const$: a) błędy kątów obrotu kół *MRKM*, b) błędy prędkości kątowej kół *MRKM*, c) błędy liniowe punktu *S*

Błędy nadążania *MRKM* zamieszczone na rys. V.44abc w fazie rozruchu w $t = 5$ [s] mają zbliżone przebiegi do błędów z symulacji łuku z kątem obrotu $\dot{\beta}(t) = const$, gdyż do czasu realizacji łuku prędkości kół *MRKM* są takie same dla obu wariantów. W czasie $t = 8.5$ [s] robot zaczyna realizować łuk co powoduje wzrost błędów związanych ze zmianą warunków pracy robota, które są kompensowane zmianą wartości wag sieci neuronowych. Analogiczna sytuacja występuje w czasie $t = 15.84$ [s] kiedy robot kończy fazę jazdy po łuku. Błędy nadążania kół mają maksymalny rząd wartości 10^{-1} . Obserwowalny jest błąd statyczny na osi *Y* o wartości $4 \cdot 10^{-3}$ [m]. Przebiegi trajektorii fazowych błędów nadążania kół *MRKM* zamieszczone na rys. V.45abcd wykazują podobną tendencję dla kół 1 i 3 oraz 2 i 4, co wynika z zadanych parametrów kątowych.



Rys. V.45. Rezultaty sterowania neuronowego otrzymane w symulacji z $\dot{\beta}(t) \neq const$:
 a) trajektoria fazowa błędu koła 1, b) trajektoria fazowa błędu koła 2, c) trajektoria fazowa błędu koła 3, d) trajektoria fazowa błędu koła 4



Rys. V.46. Rezultaty sterowania neuronowego otrzymane w symulacji z $\dot{\beta}(t) \neq const$: a) Przebieg sygnału sterowania całkowitego, b) przebieg sygnału sterowania neuronowego, c) przebieg sygnału sterowanie PD, d) przebiegi wartości wag sieci koła 1, e) przebiegi wartości wag sieci koła 3, f) przebiegi wartości wag sieci koła 4

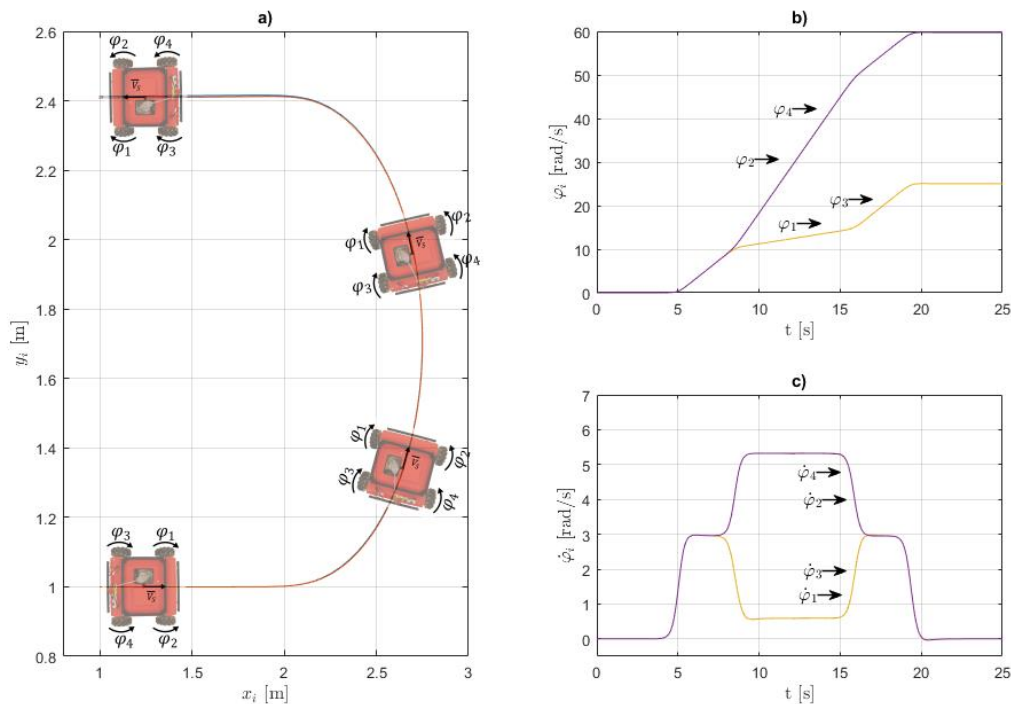
Całkowity sygnał sterowania przedstawiono na rys. V.46a, jego główną składową jest sygnał generowany przez sieć neuronową (rys. V.46b). Regulator PD analogicznie do poprzednich symulacji jest aktywny gdy zmieniają się warunki pracy mobilnego robota. Przebiegi zmian wartości wag poszczególnych sieci zamieszczono na rys. V.46def, obserwowalne są korekty wag podczas poszczególnych faz ruchu robota. W tabeli V.25 zamieszczono przyjęte wskaźniki jakości.

Tabela V.25 Wartości wskaźników jakości

	e_{imax} [rad]	\dot{e}_{imax} [rad/s]	ϵ_i [rad]	$\dot{\epsilon}_i$ [rad/s]	d_{max} [m]
1	0.055	0.097	0.017	0.026	
2	0.055	0.097	0.014	0.021	
3	0.055	0.097	0.017	0.027	0.006
4	0.055	0.097	0.014	0.021	

Szósty test

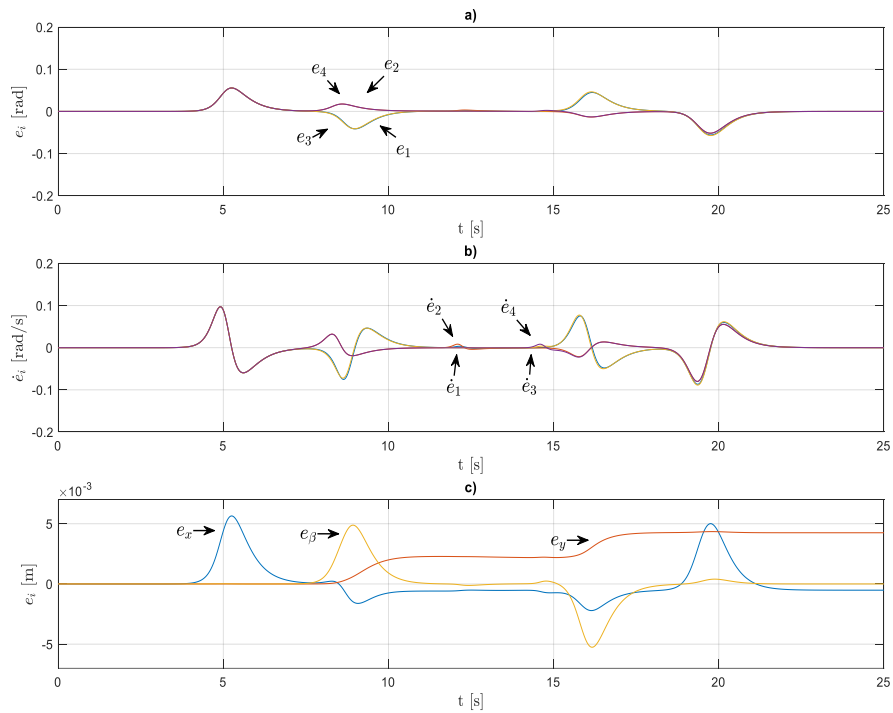
Szósty test symulacyjny przeprowadzono analogicznie jak test piąty z założeniem że w czasie $t = 12.1$ [s] dla kół 1 i 2, oraz w czasie $t=14.6$ [s] dla kół 3 i 4 wprowadzone zostaje zakłócenie związane ze zmianą oporów ruchu mobilnego robota, powodujące zmianę parametrów odpowiadających za opory ruchu *MRKM*.



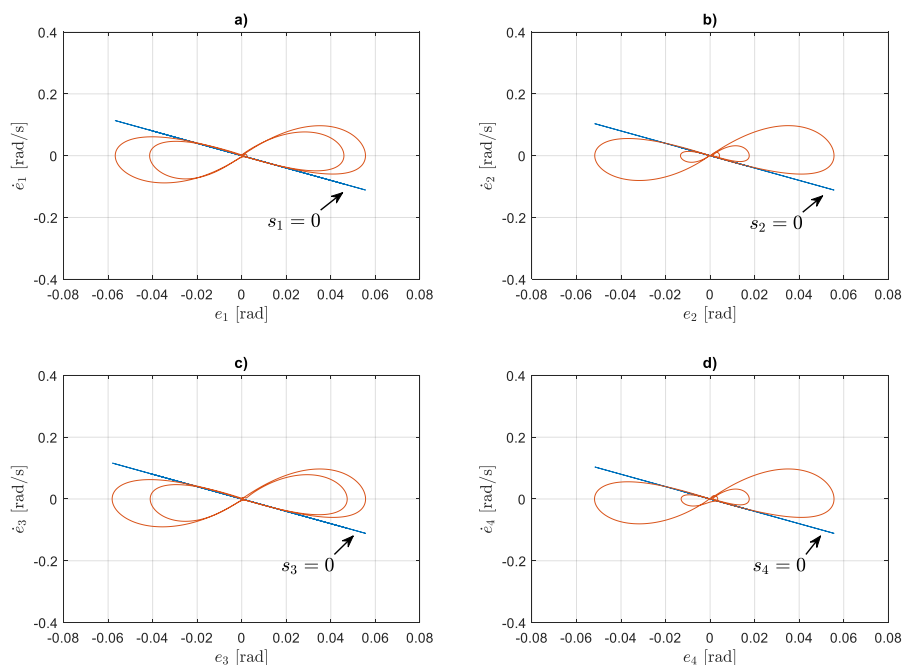
Rys. V.47. Rezultaty sterowania neuronowego otrzymane w symulacji z $\dot{\beta}(t) \neq const$: a) zadany i zrealizowany tor ruchu punktu S , b) kąty obrotu kół *MRKM*, c) prędkość kątowa kół *MRKM*,

Porównanie zadanego i zrealizowanego przez punkt S *MRKM* toru ruchu zamieszczono na rys. V.47a, maksymalna odległość $d_{max} \approx 0.007$ [m]. Przebiegi kątów obrotu kół *MRKM* przedstawiono na rys. V.47b, prędkości kątowe kół na rys. V.47.c.

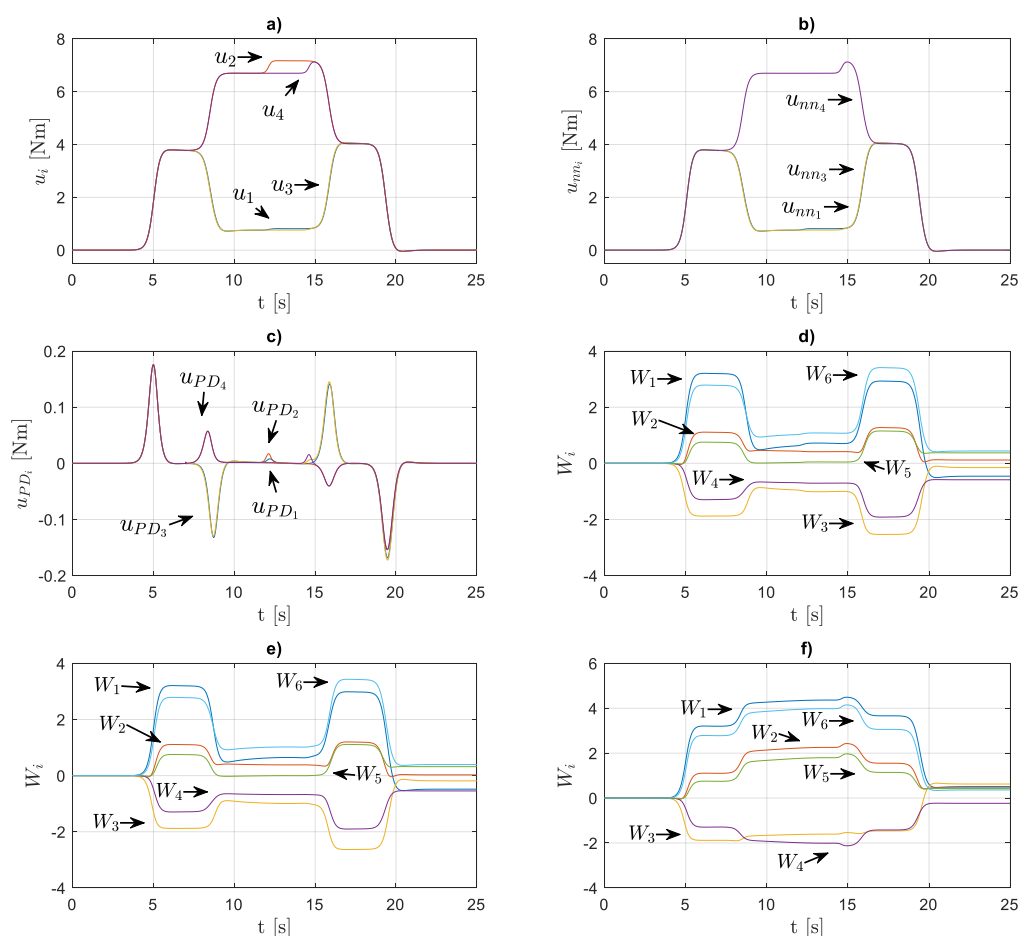
Błędy nadążania zamieszczone na rys. V.48abc wykazują podobne przebiegi jak w symulacji bez zakłóceń. Zakłócenie związane ze zmianą oporów ruchu kół robota występujące w czasie $t = 12.1$ [s] dla koła 1 i 2, w czasie $t=14.6$ [s] dla koła 3 i 4, powoduje niewielki wzrost błędów nadążania, natychmiastowo kompensowany przez algorytm sterowania. Trajektoria fazowa błędów nadążania(rys. V.49abcd) pozostaje w bliskim otoczeniu $s_i = 0$.



Rys. V.48. Rezultaty sterowania neuronowego otrzymane w symulacji z $\dot{\beta}(t) \neq const$: a) błędy kątów obrotu kół MRKM, b) błędy prędkości kątowej kół MRKM, c) błędy liniowe punktu S



Rys. V.49. Rezultaty sterowania neuronowego otrzymane w symulacji z $\dot{\beta}(t) \neq const$: a) trajektoria fazowa błędu koła 1, b) trajektoria fazowa błędu koła 2, c) trajektoria fazowa błędu koła 3, d) trajektoria fazowa błędu koła 4



Rys. V.50. Rezultaty sterowania neuronowego otrzymane w symulacji z $\dot{\beta}(t) \neq const$: a) przebieg sygnału sterowania całkowitego, b) przebieg sygnału sterowania neuronowego, c) przebieg sygnału sterowanie PD, d) przebiegi wartości wag sieci koła 1, e) przebiegi wartości wag sieci koła 3, f) przebiegi wartości wag sieci koła 4

Całkowity sygnał sterowania przedstawiono na rys. V.50a, sygnał wygenerowany przez sieć neuronową na rys. V.50b jest sygnałem dominującym. Sygnał regulatora PD (rys. 50c) jest aktywny podczas procesów korekcji wag sieci neuronowych zamieszczonych na rys. V.50def związanych ze zmianą warunków pracy robota. Obserwowalna jest zmiana wartości wag podczas wystąpienia zakłócenia parametrycznego. W tabeli V.26 zamieszczono przyjęte wskaźniki jakości.

Tabela V.26 Wartości wskaźników jakości

	e_{imax} [rad]	\dot{e}_{imax} [rad/s]	ε_i [rad]	$\dot{\varepsilon}_i$ [rad/s]	d_{max} [m]
1	0.056	0.097	0.018	0.028	
2	0.055	0.097	0.014	0.022	
3	0.058	0.097	0.018	0.028	0.007
4	0.056	0.097	0.014	0.022	

V.2.3 Wnioski

W punkcie V.2.3 zamieszczono wyniki badań symulacyjnych neuronowego algorytmu sterowania nadążnego *MRKM*, na typowych dla takiego robota torach ruchu punktu *S* z występującym zakłóceniem związanym ze zmianą parametrów odpowiadających za opory ruchu robota. Algorytm sterowania składa się z sieci neuronowej aproksymującej funkcję opisującą nieliniowości robota (V.27) oraz regulatora PD. Prawo adaptacji wag sieci neuronowej wyznaczono korzystając z teorii stabilności Lapunowa.

Badania potwierdzają odporność układu na występujące zakłócenie parametryczne związane ze zmianą oporów ruchu *MRKM*. Błędy nadążania wynikające ze zmiany warunków pracy robota, niezależnie czy jest to rozruch, realizacja pętli czy zakłócenie są kompensowane przez algorytm sterowania adaptujący się do nowych warunków. Błędy spowodowane przez zakłócenie są szybko kompensowane, co powoduje brak występującego błędu statycznego w stanie ustalonym. Wartości wag sieci neuronowych dążą w stanie ustalonym do wartości bliskim wartościom optymalnym.

VI. Badania doświadczalne

W punkcie przedstawiono wyniki badań weryfikacyjnych zaproponowanych algorytmów sterowania nadążnego *MRKM*, na wybranych torach ruchu, typowych dla tego typu robotów. Założone zostało wystąpienie zakłócenia parametrycznego związanego ze zmianą oporów ruchu *MRKM*.

VI.1 Stanowisko szybkiego prototypowania

Badania pomiarowe sterowania nadążnego zrealizowane zostały na stanowisku szybkiego prototypowania (rys. VI.1), składającego się z robota mobilnego Husarion Panther opisanego w rozdziale III.1, karty kontrolno-pomiarowej dSpace 1103 [16] oraz komputera PC.

Karta kontrolno-pomiarowa dSpace 1103 realizuje pomiary w czasie rzeczywistym co umożliwi efektywne przeprowadzanie eksperymentów pomiarowych algorytmów sterowania nadążnego.

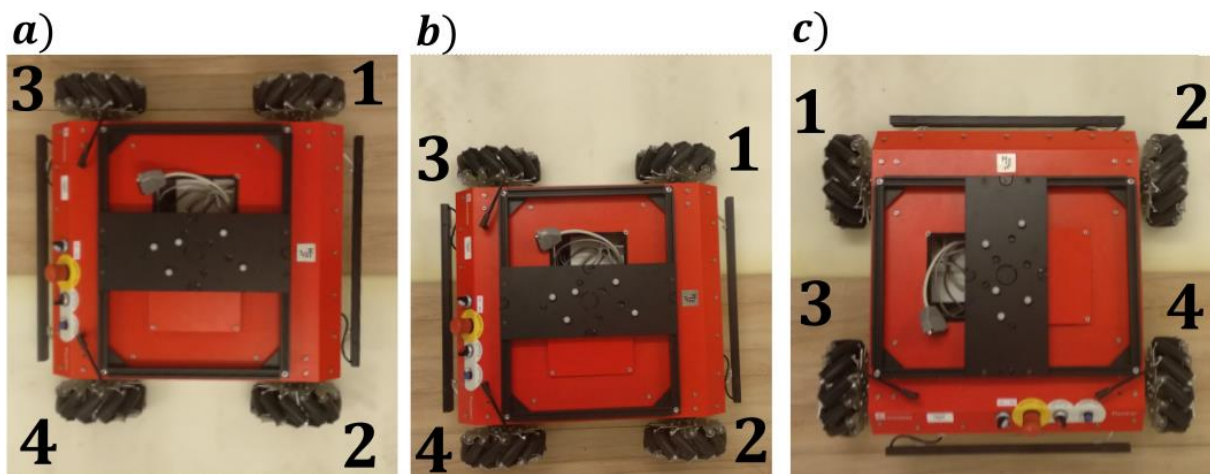


Rys. VI.1. Stanowisko szybkiego prototypowania

Słabym punktem zaproponowanego podejścia, zaprojektowanego pod wydajność obliczeniową wiążącą się z aplikacjami czasu rzeczywistego, jest metoda wyznaczania brakującego sygnału sterowania dla koła 2 opisana zależnością (III.63). Zakłada bowiem ona że układy wykonawcze *MRKM*, cechują się identyczną mocą i oporami ruchu wynikającymi z konstrukcji, co rzadko się zdarza w rzeczywistych aplikacjach. Aby zweryfikować przedstawione metody sterowania nadążnego *MRKM*, zdecydowano się na taki wybór zadanych torów ruchu punktu *S* i czasu występowania zakłóceń, aby zbadać proponowaną metodę w niekorzystnych warunkach możliwych do zrealizowania w laboratorium badawczym. Ze względu na wysoka moc układów wykonawczych robota (473 [W]) problematycznym było dobranie zakłócenia, odpowiednio zwiększającego opory ruchu *MRKM*. Zdecydowano się na piankę poliuretanową o symbolu T25 i

wysokości 0.05 [m], takie rozwiązanie powoduje wzrost oporów ruchu *MRKM* symulując różne możliwe do wystąpienia w potencjalnym środowisku pracy robota zakłócenia.

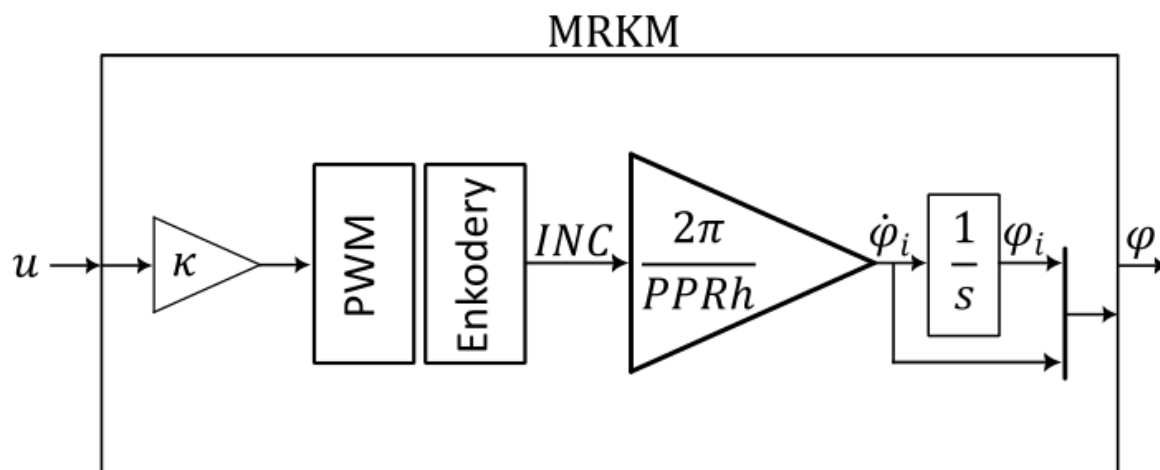
Pierwszy test weryfikacyjny przeprowadzono dla toru prostoliniowego, tak by koło 2 było zakłócanie pierwsze. Drugi test zakłada tor ruchu punktu *S* w kształcie łuku ze stałą prędkością kątową ramy robota $\dot{\beta}(t) = 0$, gdzie koło 2 jest zakłócanie ok 3 [s] po kołach 1 i 3. Trzeci, ostatni test zakłada tor ruchu w kształcie łuku ze zmienną prędkością kątową ramy robota $\dot{\beta}(t) \neq 0$, gdzie koło 2 jest zakłócanie ok 3 [s] przed kołem 4, co w zadanej konfiguracji jest sytuacją skrajnie niekorzystną. Na rys. VI.2 zobrazowano wjazd *MRKM* na zakłócenie dla wariantów wybranych do weryfikacji.



Rys. VI.2. Wjazd *MRKM* na zakłócenie, a) prosta z założonym wektorem prędkości $\gamma = -\pi/2$, b) pętla z założeniem że kąt obrotu ramy robota nie zmienia się w czasie $\dot{\beta}(t) = const$, c) pętla z założeniem że kąt obrotu ramy robota zmienia się w czasie $\dot{\beta}(t) \neq const$

VI.1.1 Realizacja układu pomiarowego

Badania pomiarowe były realizowane na karcie kontrolno-pomiarowej dSpace 1103, algorytmy sterowania skompilowane zostały w oprogramowaniu Matlab/Simulink, blok odpowiedzialny za realizację wygenerowanego sygnału sterowania oraz odczyt zrealizowanych parametrów kątowych *MRKM* zamieszczono na rys.VI.3.



Rys. VI.3. Schemat bloku Simulink realizującego sygnał sterowania

Schemat bloku Simulink przedstawiony na rysunku VI.3 składa się z :

- κ to stała normalizująca wygenerowany przez algorytm sterowania nadążnego sygnał sterowania na sygnał PWM.
- PWM to blok dostarczony przez producenta karty dSpace, generujący sygnał PWM kierowany do sterowników silników mobilnego robota. Kolejnym elementem jest blok
- Enkodery inkrementalne to blok zwracający liczby zmierzonych impulsów,
- blok przeliczający ilość impulsów na prędkość kątową, gdzie PPR oznacza ilość impulsów na obrót pomnożoną przez przełożenie przekładni, a h to krok dyskretyzacji.
- wektor φ , zawierający zmierzoną prędkość kątową $\dot{\varphi}_i$ oraz wartość kąta obrotu φ_i , wyznaczoną za pomocą całkowania numerycznego.

VI.2 Weryfikacja sterowania odpornego

W niniejszym punkcie przedstawione zostaną wyniki weryfikacji wybranych wariantów symulacji odpornego algorytmu sterowania nadążnego *MRKM*. Parametry modelu matematycznego robota wyznaczone w punkcie IV zamieszczono w tabeli VI.1, schemat algorytmu sterowania na rys. V.1.

Tabela VI.1 Oszacowane wartości parametrów

a_1 [kgm]	a_2 [kgm]	a_3 [kgm]	a_4 [kgm]	a_5 [Nm]	a_6 [Nm]	a_7 [Nm]	a_8 [kgm]
0.18	0.16	0.04	0.21	9	9	9	0.23

W eksperymentach weryfikacyjnych przyjęto parametry układu sterowania nadążnego przedstawione w tab.V.2

Tabela VI.2 Parametry układu sterowania nadążnego

K_D	Λ	η_i	Φ_i
$I_{4 \times 4}$	$2I_{4 \times 4}$	0.01	± 0.35

Weryfikacja pierwsza

Pierwszy test weryfikacyjny przeprowadzono dla wariantu prostej z występującym zakłóceniem związanym ze zmianą oporów ruchu *MRKM*. Test zakłada że w czasie ok $t = 11.1$ [s] dla koła 2 i 4, oraz $t = 13.8$ [s] koła 1 i 3 *MRKM* wjeżdżają na zakłócenie. Tabela VI.3 zawiera oszacowane niedokładności parametrów odpowiadających za opory ruchu mobilnego robota. Warunki początkowe zamieszczono w tab.VI.4.

Tabela VI.3 Oszacowane niedokładności parametrów

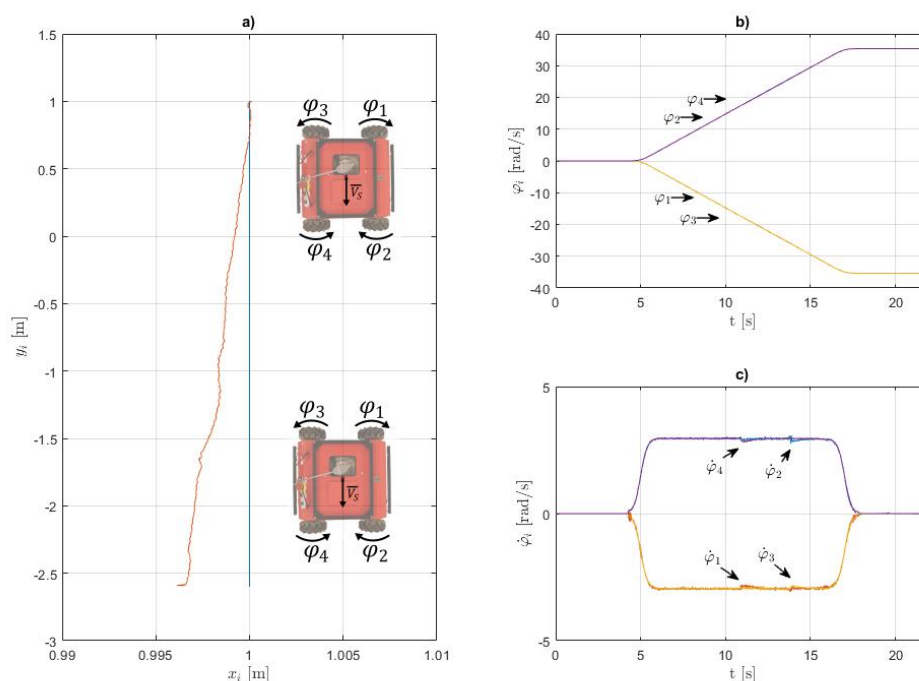
a_{Δ_5}	a_{Δ_6}	a_{Δ_7}
0.8	0.8	0.8

Tabela VI.4 Dane zadanego toru ruchu punktu *S*

v_s^* [m/s]	c [1/s]	b [s]	b_1 [s]	γ [rad]	β_z [rad]	x_{s0} [m]	y_{s0} [m]
0.3	5	5	19.34	$-\pi/2$	0	1	1

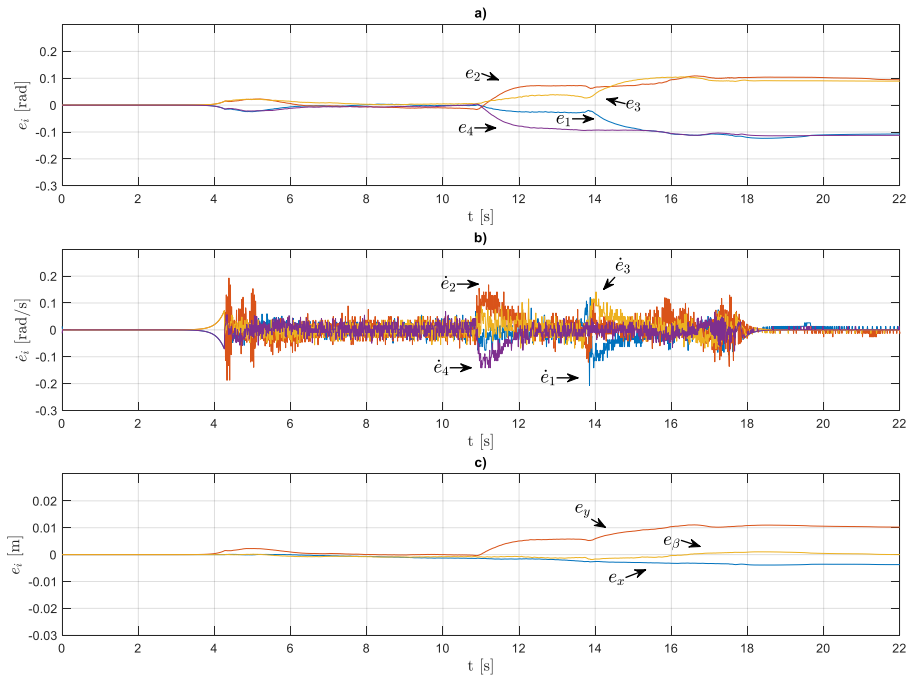
Ustawienie kąta wektora prędkości punktu *S* $\gamma = -\pi/2$ [rad] w stosunku do początkowego kąta obrotu ramy robota $\beta(0) = 0$ powoduje że parametry kątowe kół powinny przyjmować takie same wartości w przypadku kół 1 i 4 oraz 2 i 3, otrzymane kąty obrotu przedstawiono na rys. VI.4a, prędkości kątowe kół na rys. VI.4b. Obserwowalne jest oddalanie się zrealizowanego przez punkt *S* *MRKM* toru ruchu od wartości zadanej wraz z przebiegiem eksperymentu, co wynika z utrzymującego się, a od

ok $t = 11$ [s] narastającego z powodu zakłócenia błędu statycznego. Maksymalna odległość $d_{\max} \approx 0.011$ [m].

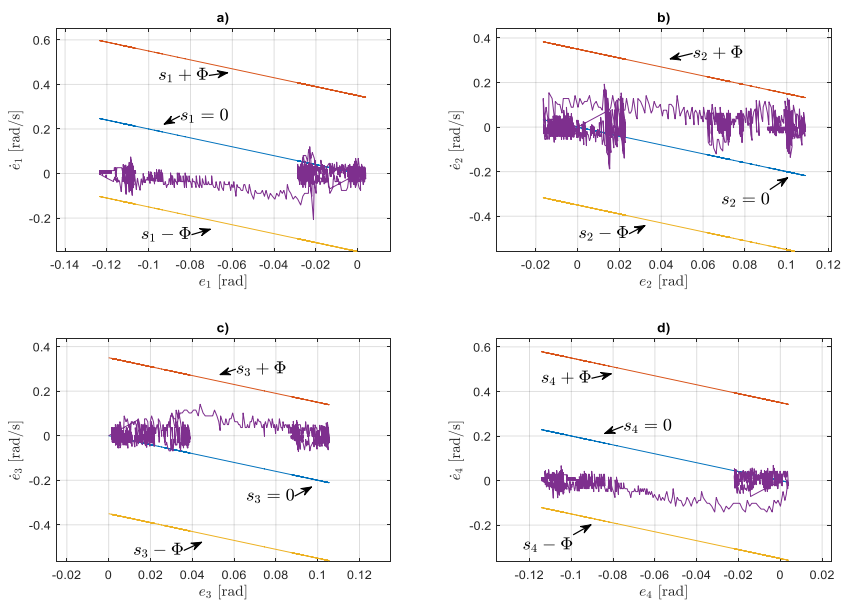


Rys. VI.4 Rezultaty weryfikacji sterowania odpornego: a) zadany i zrealizowany tor ruchu punktu S , b) kąty obrotu kół $MRKM$, c) prędkość kątowna kół $MRKM$

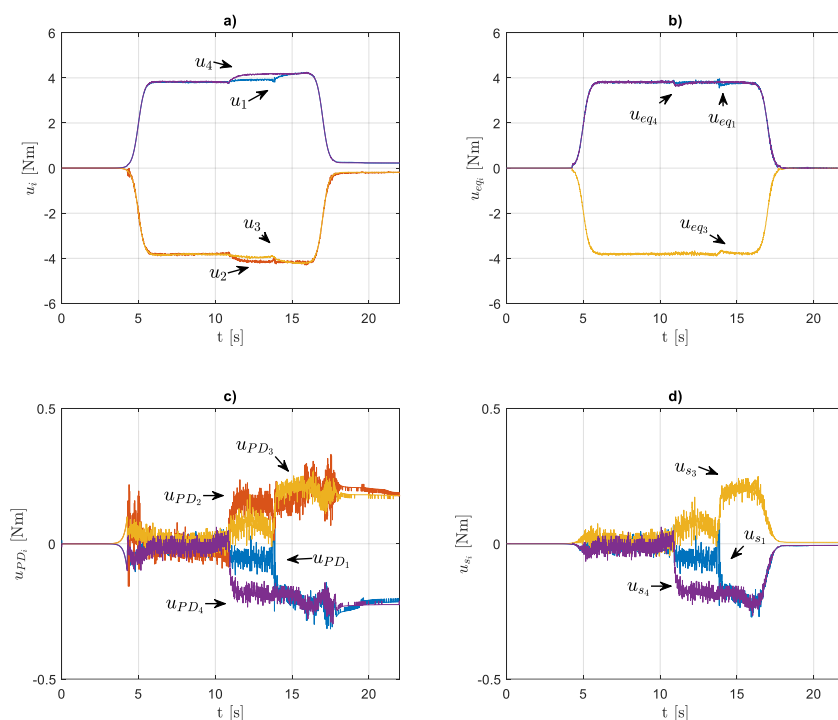
Otrzymane w wyniku eksperymentu pomiarowego błędy nadążania mobilnego robota przedstawiono na rys. VI.5. Błąd kąta obrotu (rys. VI.5a) po początkowym wzroście spowodowanych fazą rozruchu, dąży do wartości bliskich zero, zaobserwowano znaczący wzrost wartości błędów w momencie wystąpienia zakłócenia, utrzymujący się do końca eksperymentu. Zaobserwowano nagły wzrost wartości błędów prędkości kątowej (rys. VI.5b) w momencie wystąpienia zakłócenia. Trajektorie fazowe błędów nadążania zamieszczono na rys. VI.6abcd, wykazują podobieństwo dla par kół 1 i 4 oraz 2 i 3, co wynika z zadanych parametrów kątowych. Po wystąpieniu błędów związanych z fazą rozruchu trajektoria fazowa wraca na bliskie otoczenie powierzchni ślizgowej, wystąpienie zakłócenia powoduje że trajektoria fazowa „ślizga się” wzdłuż $s_i = 0$, pozostając w założonym otoczeniu, co potwierdza odporność zaprojektowanego algorytmu sterowania na zakłócenie związane ze zmianą oporów ruchu $MRKM$.



Rys. VI.5. Rezultaty weryfikacji sterowania odpornego: a) błędy kątów obrotu kół *MRKM*, b) błędy prędkości kątowej kół *MRKM*, c) błędy liniowe punktu *S*



Rys. VI.6. Rezultaty weryfikacji sterowania: a) trajektoria fazowa błędu koła 1 w otoczeniu rozmaitości, b) trajektoria fazowa błędu koła 2 w otoczeniu rozmaitości, c) trajektoria fazowa błędu koła 3 w otoczeniu rozmaitości, d) trajektoria fazowa błędu koła 4 w otoczeniu rozmaitości

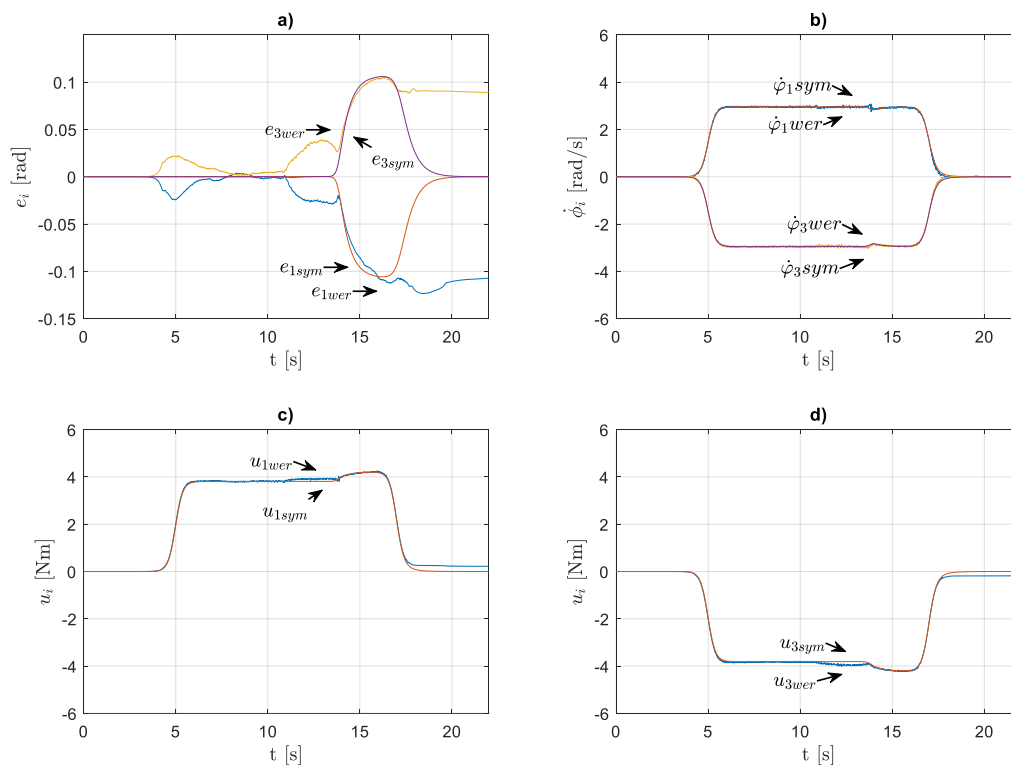


Rys. VI.7. Rezultaty weryfikacji sterowania odpornego: a) przebieg sygnału sterowania całkowitego, b) przebieg sygnału sterowania równoważnego, c) przebieg sygnału sterowanie PD, d) przebieg sygnału sterowania ślizgowego

Całkowity sygnał wygenerowany przez algorytm sterowania przedstawiono na rys. VI.7a, składa się on z trzech sygnałów zamieszczonych na rys. VI.7bcd, widoczny jest wzrost wartości sygnału dla u_2 i u_4 w $t = 11.1$ [s] oraz dla u_1 i u_3 w $t = 13.8$ [s], spowodowany wystąpieniem zwiększonych oporów ruchu. Największy wpływ na wartość całkowitego sygnału sterowania ma sterowanie równoważne (rys. VI.7b), regulator PD (rys. VI.7c) oraz regulator ślizgowy (rys. VI.7d) aktywują się w momencie wystąpienia zakłócenia parametrycznego co świadczy o dobrym dopasowaniu modelu matematycznego do rzeczywistego obiektu. Sygnał sterowania nie przyjmuje wartości zerowych po skończonej fazie hamowania, spowodowane jest to niezerowym błędem statycznym. Wartości przyjętych wskaźników jakości zamieszczono w tab. VI.4, maksymalne wartości błędów nadążania *MRKM* spełniają zależność (V.19)

Tabela VI.4 Wartości wskaźników jakości

	e_{imax} [rad]	\dot{e}_{imax} [rad/s]	ε_i [rad]	$\dot{\varepsilon}_i$ [rad/s]	d_{max} [m]
1	0.123	0.206	0.075	0.025	0.011
2	0.108	0.192	0.071	0.035	
3	0.105	0.141	0.065	0.025	
4	0.114	0.141	0.080	0.025	



Rys. VI.8. Wybrane przebiegi porównania symulacji z eksperymentem, a) błąd kąta obrotu koła 3 i 4, b) prędkości kątowe kół 3 i 4, c) całkowity sygnał sterowania koła 3, d) całkowity sygnał sterowania koła 4

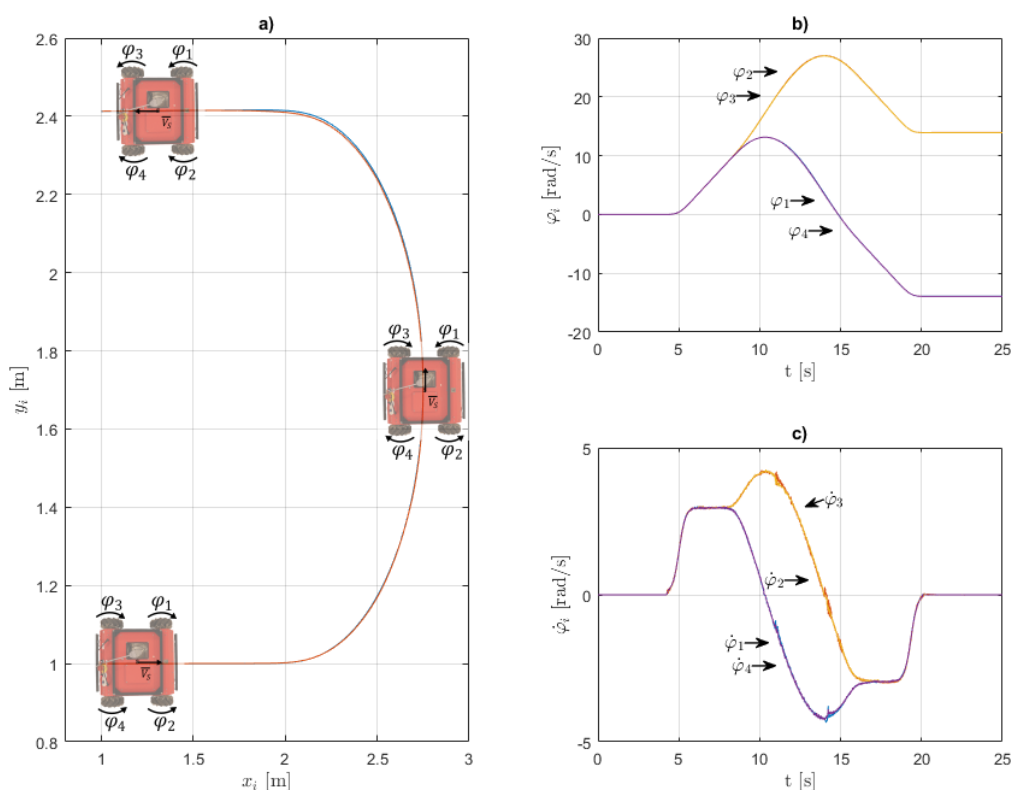
Porównanie wybranych przebiegów otrzymanych w symulacjach i eksperymentach przedstawiono na rys. VI.8. Różnice w przebiegach błędów kąta obrotu (rys. VI.8a) w okresie od $t = 0$ [s] do $t = 13.8$ [s] wynikają z niedokładności w oszacowaniu parametrów modelu *MRKM*, po wystąpieniu zakłócenia błędy mają zbliżone przebiegi. Przebiegi prędkości kątowych kół 3 i 4, przedstawione na rys. VI.8b, wykazują między sobą dużą zbieżność. Podobnie jest z przebiegami momentów napędzających koło 3 (rys. VI.8c) oraz koło 4 (rys. VI.8d), różnica po fazie hamowania wynika z niezerowego błędu statycznego, jednakże jej wartość nie powoduje obrotu wału silnika.

Weryfikacja druga

Drugi test weryfikacyjny przeprowadzono dla wariantu łuku z założeniem że prędkość kątowna ramy robota nie zmienia się w czasie $\dot{\beta}(t) = 0$ oraz że w czasie ok $t = 11.1$ [s] dla koła 1 i 3, oraz $t = 14.1$ [s] dla koła 2 i 4, *MRKM* wjeżdżają na zakłócenie, co powoduje zmianę oporów ruchu. Oszacowane niedokładności parametrów odpowiadających za opory ruchu mobilnego robota zamieszczono w tab.VI.3. Warunki początkowe zamieszczono w tab.VI.5.

Tabela VI.5 Dane zadanego toru ruchu punktu *S*

v_s^* [m/s]	c [1/s]	b [s]	b_1 [s]	γ [rad]	β_z [rad]	x_{s0} [m]	y_{s0} [m]	c_β [1/s]	b_s [s]	b_{s1} [s]	R_R [m]
0.3	5	5	19.34	0	0	1	1	5	8.5	15.84	0.7

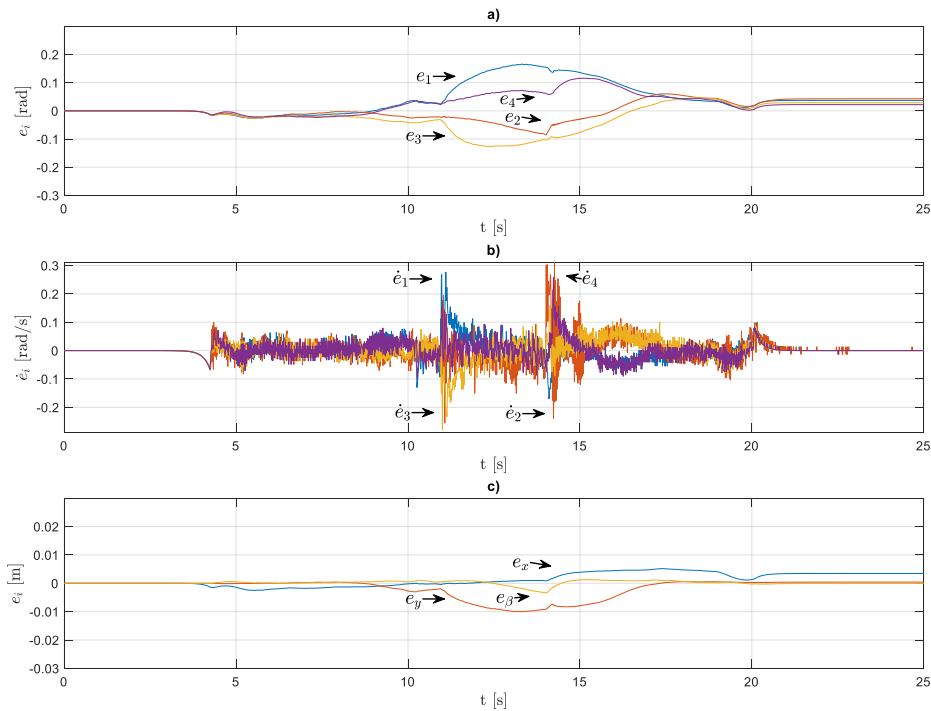


Rys. VI.9 Rezultaty weryfikacji sterowania odpornego: a) zadany i zrealizowany tor ruchu punktu *S*, b) kąty obrotu kół *MRKM*, c) prędkość kątowna kół *MRKM*

Porównanie zadanego i zrealizowanego przez punkt *S* *MRKM* toru ruchu zamieszczono na rys. V.9a. Przebiegi kątów obrotu kół *MRKM* przedstawiono na rys. V.9b, prędkości kątowne kół na rys. V.9.c. Maksymalna odległość $d_{\max} \approx 0.01$ [m].

Błędy nadążania zamieszczono na rys. VI.10, ich przebiegi w okresie od $t = 0$ do $t = 9$ [s] czyli do momentu w którym *MRKM* zaczyna realizować pętle są zbliżone do przebiegów otrzymanych z eksperymentu weryfikacyjnego prostej. W czasie $t = 9$ [s] zaobserwowano wzrost wartości błędów kąta obrotu *MRKM*, wynikające z

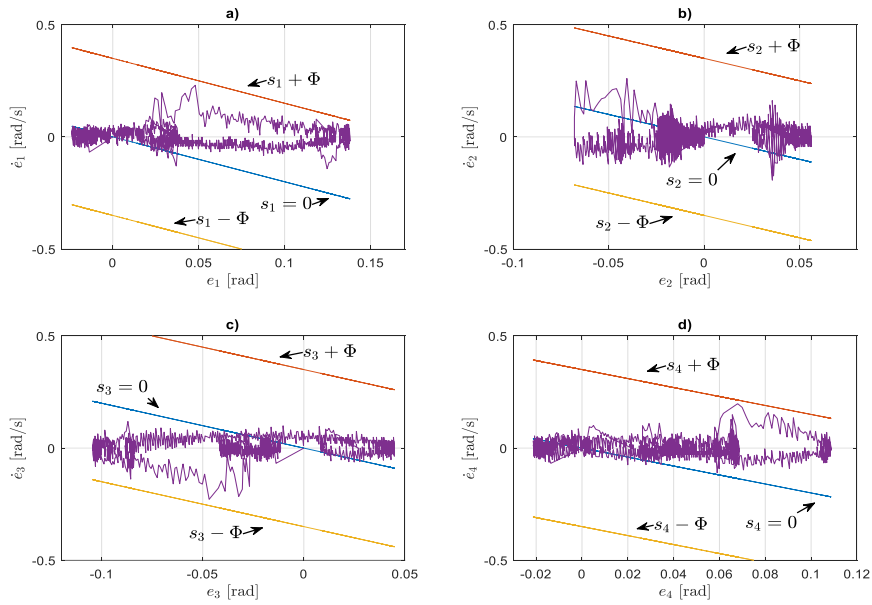
niedokładności w oszacowaniu parametrów modelu. Obserwowalny jest nagły wzrost wartości błędów kąta oraz prędkości kątowej kół 1 i 3 w czasie $t = 11.1$ [s], wyższa wartość błędów dla koła 1 spowodowana nałożeniem się na siebie czasu wystąpienia zakłócenia oraz czasu gdy koło 1 zmienia kierunek obrotu. Analogiczna sytuacja występuje w czasie $t = 14.1$ [s] czyli kiedy koło 3 zmienia kierunek obrotu. Rysunek V.11abcd przedstawia przebiegi trajektorii fazowych błędów nadążania *MRKM* ilustrujących dynamikę błędów nadążania w przestrzeni stanu. Po wystąpieniu zakłócenia trajektoria fazowa pozostaje w otoczeniu $s_i = 0$.



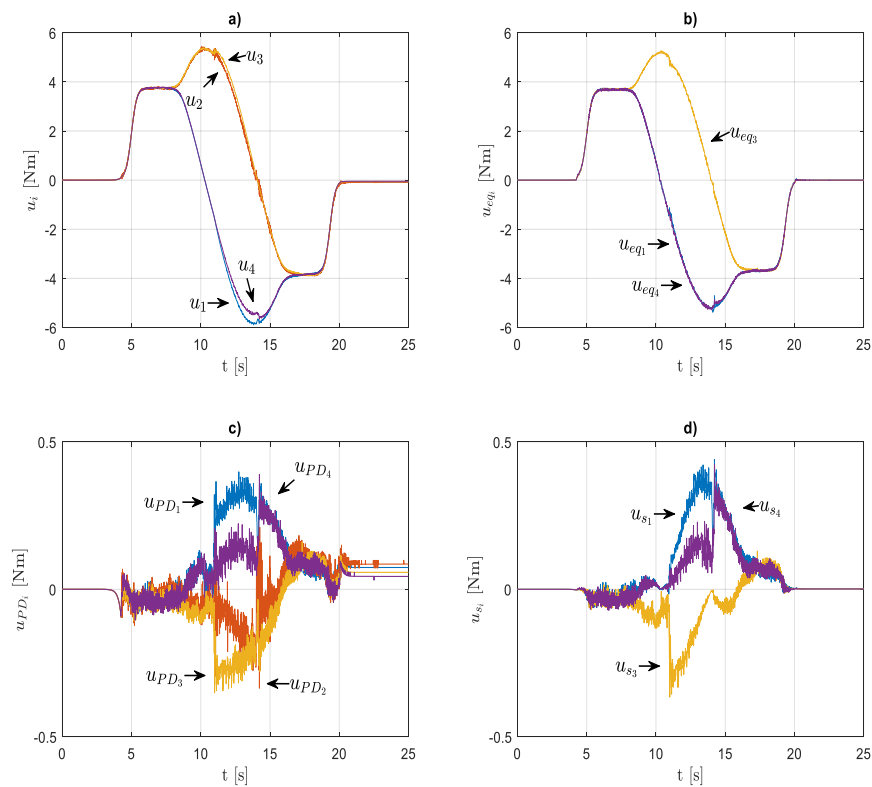
Rys. VI.10. Rezultaty weryfikacji sterowania: a) błędy kątów obrotu kół *MRKM*, b) błędy prędkości kątowej kół *MRKM*, c) błędy liniowe punktu *S*

Tabela VI.6 Wartości wskaźników jakości

	e_{imax} [rad]	\dot{e}_{imax} [rad/s]	ε_i [rad]	$\hat{\varepsilon}_i$ [rad/s]	d_{max} [m]
1	0.165	0.346	0.066	0.034	0.010
2	0.086	0.311	0.033	0.040	
3	0.127	0.279	0.049	0.033	
4	0.115	0.258	0.042	0.030	

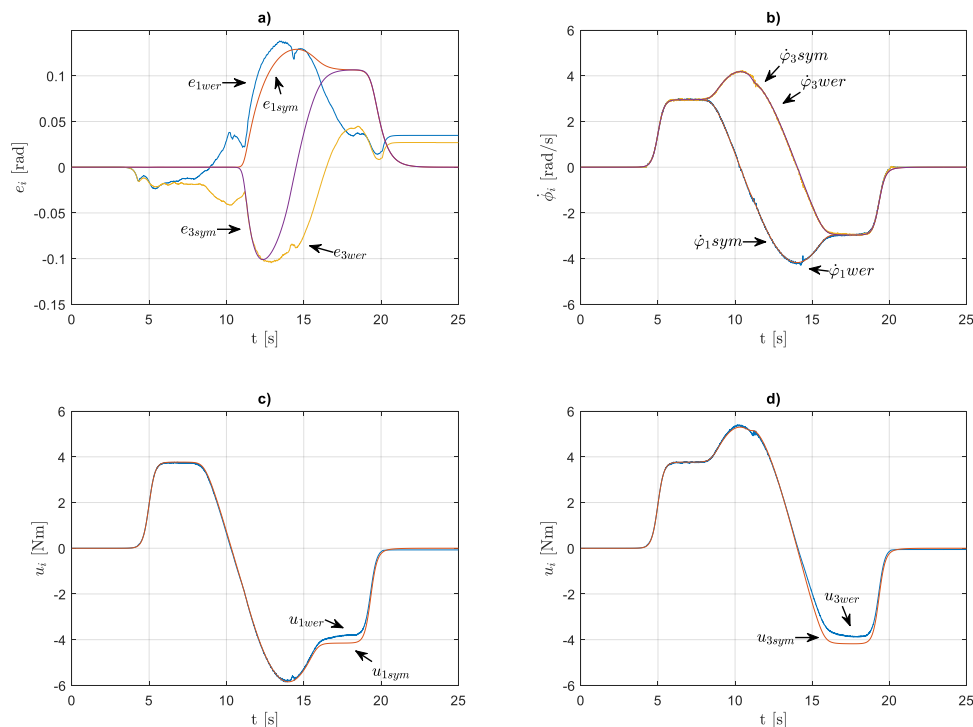


Rys. VI.11. Rezultaty weryfikacji sterowania odpornego: a) trajektoria fazowa błędu koła 1 w otoczeniu rozmaitości, b) trajektoria fazowa błędu koła 2 w otoczeniu rozmaitości, c) trajektoria fazowa błędu koła 3 w otoczeniu rozmaitości, d) trajektoria fazowa błędu koła 4 w otoczeniu rozmaitości



Rys. VI.12. Rezultaty weryfikacji sterowania odpornego: a) przebieg sygnału sterowania całkowitego, b) przebieg sygnału sterowania równoważnego, c) przebieg sygnału sterowanie PD, d) przebieg sygnału sterowania ślizgowego

Całkowity sygnał sterowania został przedstawiony na rysunku VI.12, gdzie widoczne są piki w okolicach $t = 11$ [s] i $t = 14.5$ [s], które są wynikiem zmiany kierunku obrotu wału silnika MRKM. Wartość sygnału sterownego przedstawiono na rysunku VI.13b. Przebiegi sygnałów regulatora ślizgowego, uzyskane w eksperymencie pomiarowym (rys. VI.13d), po fazie rozruchu utrzymują wartości bliskie zeru. Ich wartość wzrasta w momencie wystąpienia zakłócenia związanego ze zmianą oporów ruchu mobilnego robota. Podobny wzorzec obserwuje się w przypadku regulatora PD (rys. VI.13c), gdzie również odnotowano wzrost wartości sygnału w odpowiedzi na wystąpienie zakłóceń. Te obserwacje świadczą o skutecznej reakcji systemu sterowania na dynamicznie zmieniające się warunki pracy robota. Wartości przyjętych wskaźników jakości zamieszczono w tabeli VI.6, maksymalne wartości błędów nadążania *MRKM* spełniają zależność (V.22).



Rys. VI.13. Wybrane przebiegi porównania symulacji z eksperymentem, a) błąd kąta obrotu koła 3 i 4, b) prędkości kątowe kół 3 i 4, c) całkowity sygnał sterowania koła 3, d) całkowity sygnał sterowania koła 4

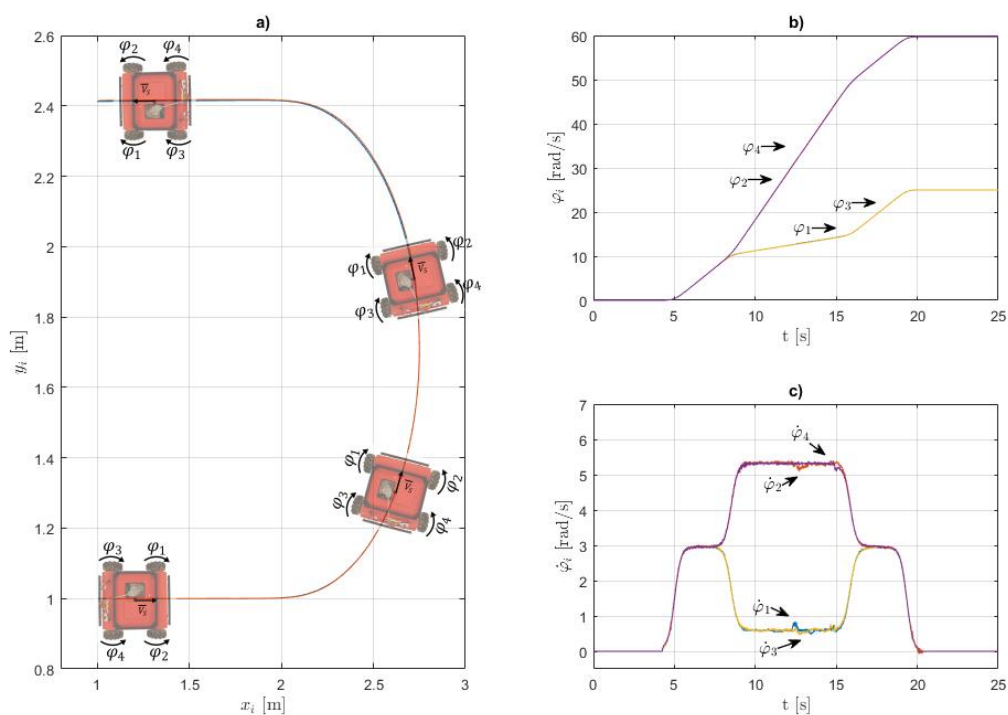
Porównanie wybranych przebiegów otrzymanych w symulacjach i rzeczywistych eksperymentach dla toru ruchu punktu *S* w kształcie łuku z założeniem że kąt obrotu ramy robota nie zmienia się w czasie przedstawiono na rys. VI.13. Różnice w przebiegach błędów kąta obrotu (rys. VI.13a) w okresie od $t = 0$ [s] do $t = 11.1$ [s] wynikają z niedokładności w oszacowaniu parametrów modelu *MRKM*, po wystąpieniu zakłócenia przebiegi błędów stają się zbliżone. Przebiegi prędkości kątowych kół 3 i 4, przedstawione na rys. VI.8b, wykazują między sobą dużą korelację. Analogicznie jest z przebiegami momentów napędzających koło 3 (rys. VI.8c) oraz koło 4 (rys. VI.8d).

Weryfikacja trzecia

W trzecim eksperymencie weryfikacyjnym założono że punkt S robota porusza się po torze w formie łuku z założeniem że prędkość kątowna ramy robota zmienia się w czasie $\beta \neq 0$, w czasie $t = 12.1$ [s] koła 1 i 2 oraz w czasie $t=14.6$ [s] dla koła 3 i 4 *MRKM* wjeżdżają na zakłócenie, co powoduje zmianę oporów ruchu. Tabela VI.3 zawiera oszacowane niedokładności parametrów odpowiadających za opory ruchu mobilnego robota. Dane zadanej trajektorii ruchu zamieszczono w tabeli VI.7.

Tabela VI.7. Dane zadanego toru ruchu punktu S

v_s^* [m/s]	c [1/s]	b [s]	b_1 [s]	γ [rad]	β_2 [rad]	x_{s0} [m]	y_{s0} [m]	c_β [1/s]	b_s [s]	b_{s1} [s]	R_R [m]
0.3	5	5	19.34	0	0	1	1	5	8.5	15.84	0.7

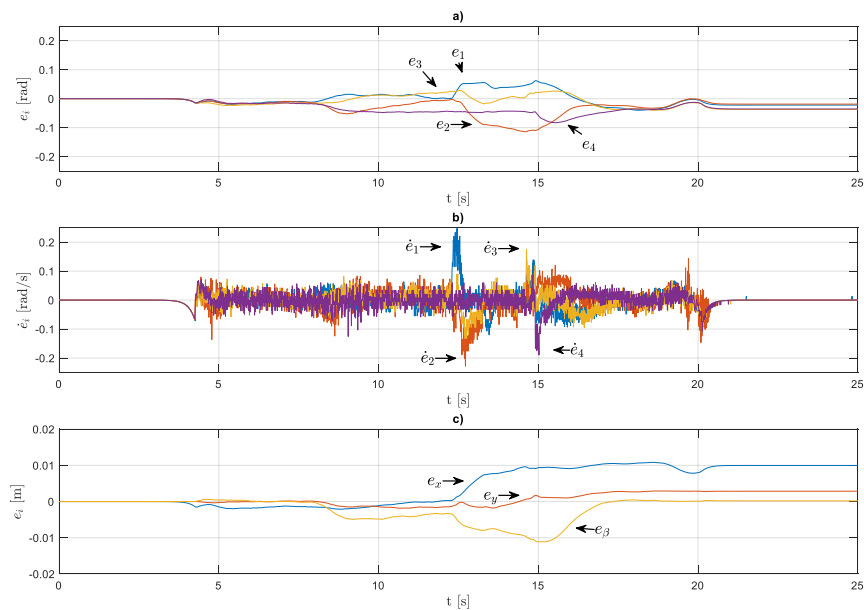


Rys. V.14. Rezultaty weryfikacji sterowania odpornego: a) zadany i zrealizowany tor ruchu punktu S , b) kąty obrotu kół *MRKM*, c) prędkość kątowna kół *MRKM*

Porównanie zadanego i zrealizowanego przez punkt S *MRKM* toru ruchu zamieszczono na rys. V.14a. Przebiegi kątów obrotu kół *MRKM* przedstawiono na rys. V.14b, prędkości kątowne kół na rys. V.14.c. Maksymalna odległość $d_{\max} \approx 0.011$ [m].

Uzyskane przebiegi błędów kąta obrotu kół mobilnego robota przedstawione na rys. VI.15a utrzymują wartości bliskie zero po rozpoczęciu fazy rozruchu w $t=5$ [s], zauważalny jest pik w momencie wjazdu *MRKM* na zakłócenie, podczas realizacji pętli wartości błędów rosną, co wynika z niedokładności w oszacowaniu parametrów modelu, po

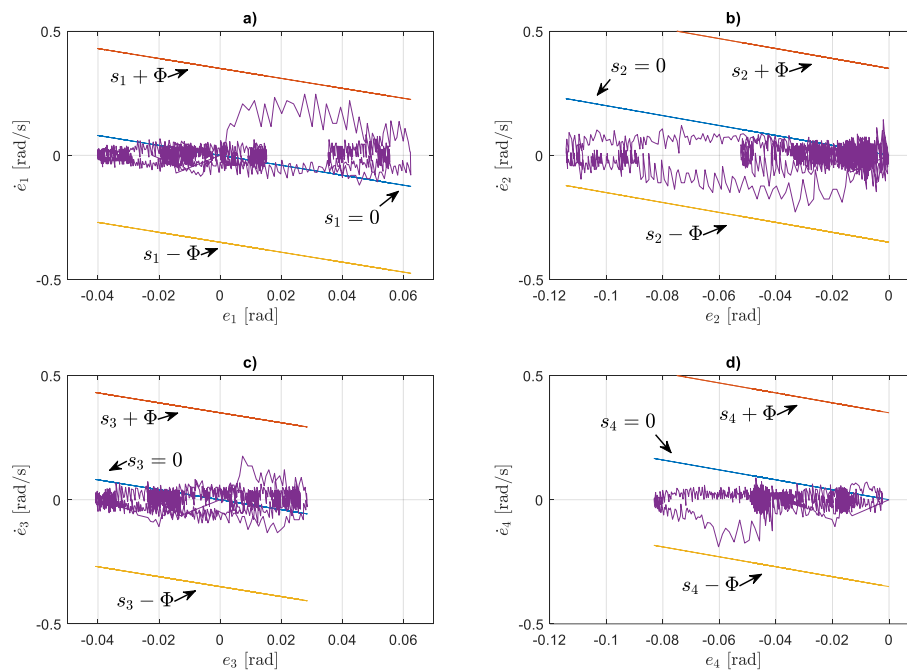
zakończeniu fazy hamowania utrzymują nieznaczne statyczne wartości. Wartości błędów prędkości kątowej przedstawiono na rys. VI.15b. Błędy liniowe (rys. VI.15c) podobnie jak błędy kątowe zwiększają wartość w trakcie realizacji pętli, a następnie utrzymują nieznaczne wartości statyczne. Przebiegi trajektorii fazowej błędów nadążania kół *MRKM* przedstawiono na rys. VI.16. W przypadku wszystkich kół trajektoria fazowa pozostaje w założonym otoczeniu płaszczyzny ślizgowej po wystąpieniu zakłócenia związanego ze zmianą oporów ruchu mobilnego robota.



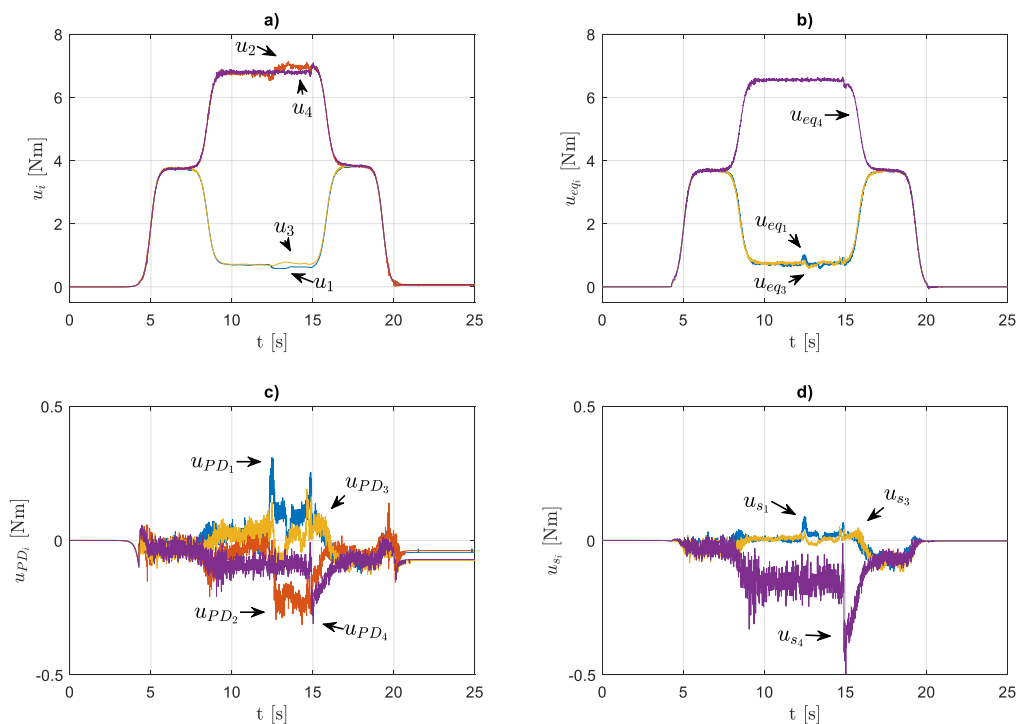
Rys. VI.15. Rezultaty weryfikacji sterowania: a) błędy kątów obrotu kół *MRKM*, b) błędy prędkości kątowej kół *MRKM*, c) błędy liniowe punktu *S*

Tabela V.8 Wartości wskaźników jakości

	e_{imax} [rad]	\dot{e}_{imax} [rad/s]	ε_i [rad]	$\dot{\varepsilon}_i$ [rad/s]	d_{max} [m]
1	0.062	0.246	0.023	0.030	0.011
2	0.114	0.228	0.037	0.034	
3	0.040	0.175	0.023	0.027	
4	0.083	0.189	0.036	0.024	

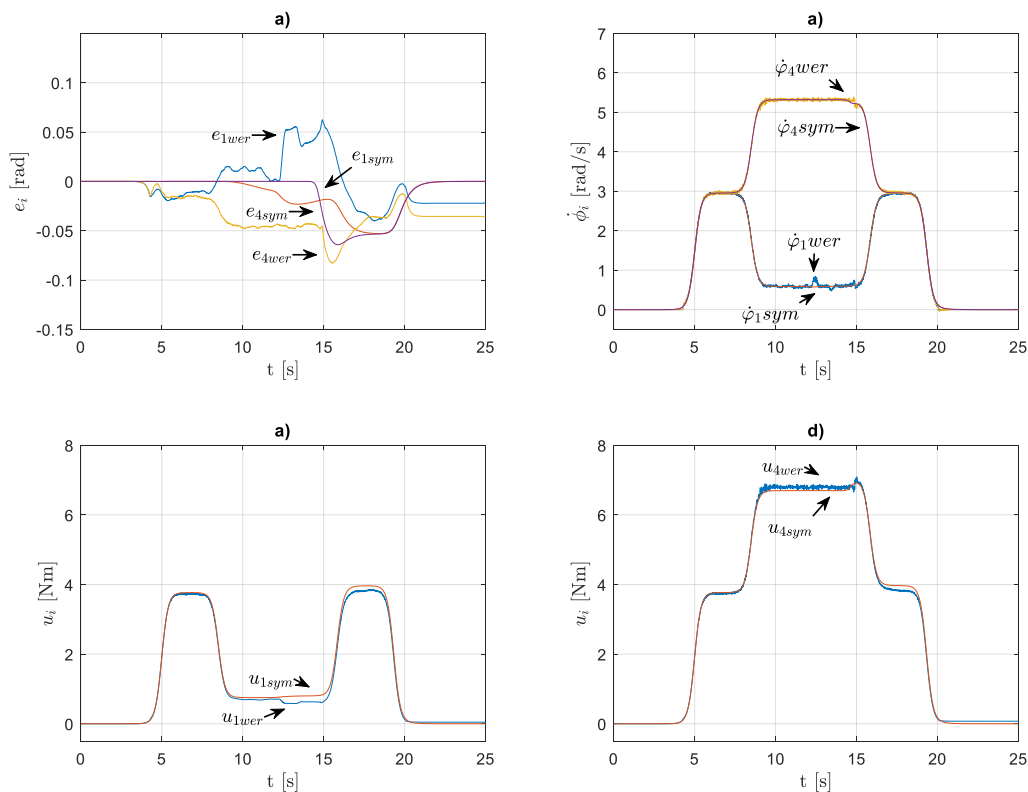


Rys. VI.16. Rezultaty weryfikacji sterowania: a) trajektoria fazowa błędu koła 1 w otoczeniu rozmaitości, b) trajektoria fazowa błędu koła 2 w otoczeniu rozmaitości, c) trajektoria fazowa błędu koła 3 w otoczeniu rozmaitości, d) trajektoria fazowa błędu koła 4 w otoczeniu rozmaitości



Rys. VI.17. Rezultaty weryfikacji sterowania odpornego: a) przebieg sygnału sterowania całkowitego, b) przebieg sygnału sterowania równoważnego, c) przebieg sygnału sterowanie PD, d) przebieg sygnału sterowania ślizgowego

Na rysunku VI.17 a przedstawiono przebiegi wartości całkowitego sygnału sterowania. Sygnał sterowania równoważnego, generowany przez model matematyczny, został zaprezentowany na rysunku VI.17b. Wartość sterowania PD utrzymuje się blisko zera do momentu pojawienia się zakłócenia, co jest wyraźnie zaznaczone na rysunku VI.17c. Podobnie, regulator ślizgowy pozostaje w stanie pasywnym aż do momentu wystąpienia zakłócenia (rys. VI.17d). W tabeli V.8 przedstawiono wartości przyjętych wskaźników jakości, maksymalna wartość błędu kąta obrotu spełnia zależność (V.22).



Rys. VI.18. Wybrane przebiegi porównujące symulacje z eksperymentem, a) błąd kąta obrotu koła 3 i 4, b) prędkości kątowe kół 3 i 4, c) całkowity sygnał sterowania koła 3, d) całkowity sygnał sterowania koła 4

Na rysunku VI.3.14 przedstawiono porównanie wybranych przebiegów, uzyskanych dla toru ruchu w formie łuku ze zmienną prędkością kątową $\dot{\beta} \neq 0$. Błędy kątów mobilnego robota (rys. VI.18a) prezentują podobne wzorce, co obserwuje się również w przypadku prędkości kątowych (rys. VI.18b). Całkowity sygnał sterowania dla koła 1 (rys. VI.18c) jest bardzo zbliżony do wartości teoretycznych. Natomiast w przypadku koła 4 (rys. VI.18d) zauważalna jest nieznaczna różnica, około 0.1 [Nm], która wynika z niedokładności w oszacowaniu parametrów modelu robota *MRKM*. Te wyniki wskazują na pewną różnicę między teoretycznym modelem a rzeczywistym zachowaniem robota, co jest typowe dla systemów sterowania działających w zmiennych warunkach. Jednak ogólna zgodność przebiegów pokazuje, że model dobrze oddaje rzeczywiste zachowanie robota, szczególnie w kontekście dynamiki ruchu.

VI.3 Weryfikacja sterowania neuronowego

W punkcie przedstawione zostaną wyniki weryfikacji wybranych wariantów symulacji odpornego algorytmu sterowania neuronowego *MRKM*. Parametry układu sterowania nadążnego zamieszczono w tabeli VI.9, schemat algorytmu sterowania na rys. V.26.

Tabela VI.9 Parametry układu sterowania nadążnego

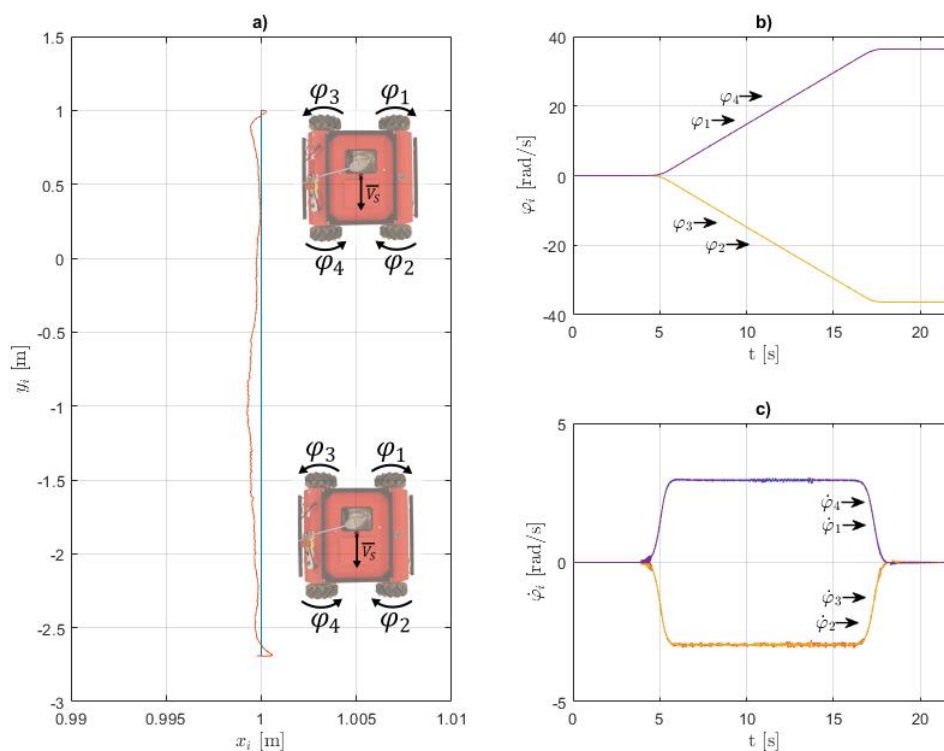
K_D	Λ	P_i
$I_{4 \times 4}$	$2I_{4 \times 4}$	20

Pierwszy test

Pierwszy test weryfikacyjny na torze prostoliniowym zakładał że w czasie $t=11.1$ [s] koła 2 i 4, oraz $t=13.8$ [s] dla koła 1 i 3 wjeżdżają na zakłócenie związane ze zmianą oporów ruchu mobilnego robota, co powoduje zmianę parametrów odpowiadających za opory ruchu. Dane zadanego toru ruchu zamieszczono w tabeli VI.10.

Tabela VI.10 Dane zadanego toru ruchu punktu *S*

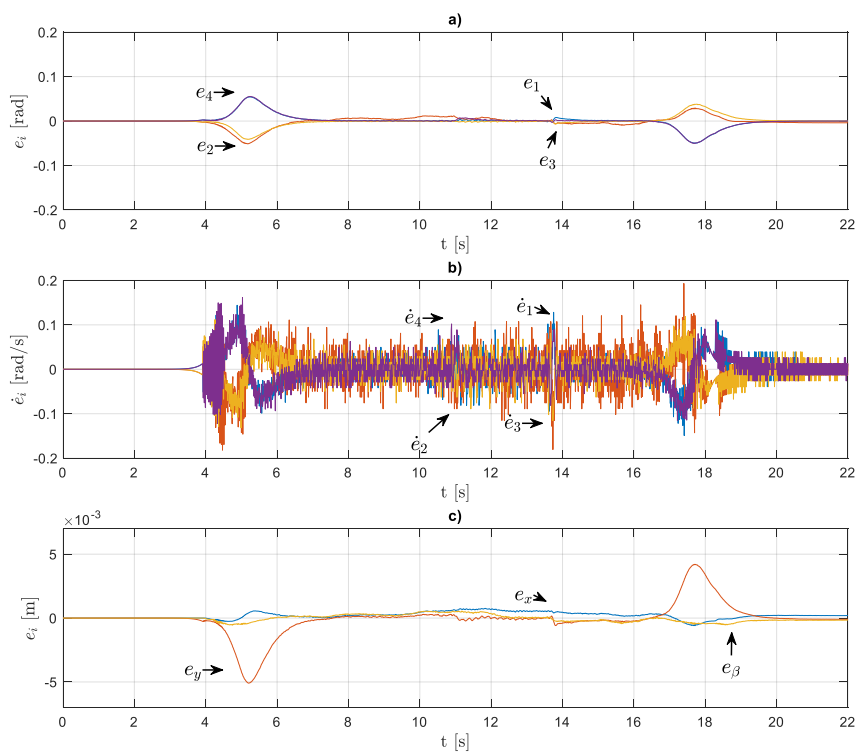
v_s^* [m/s]	c [1/s]	b [s]	b_1 [s]	γ [rad]	β_z [rad]	x_{s0} [m]	y_{s0} [m]
0.3	5	5	19.34	$-\pi/2$	0	1	1



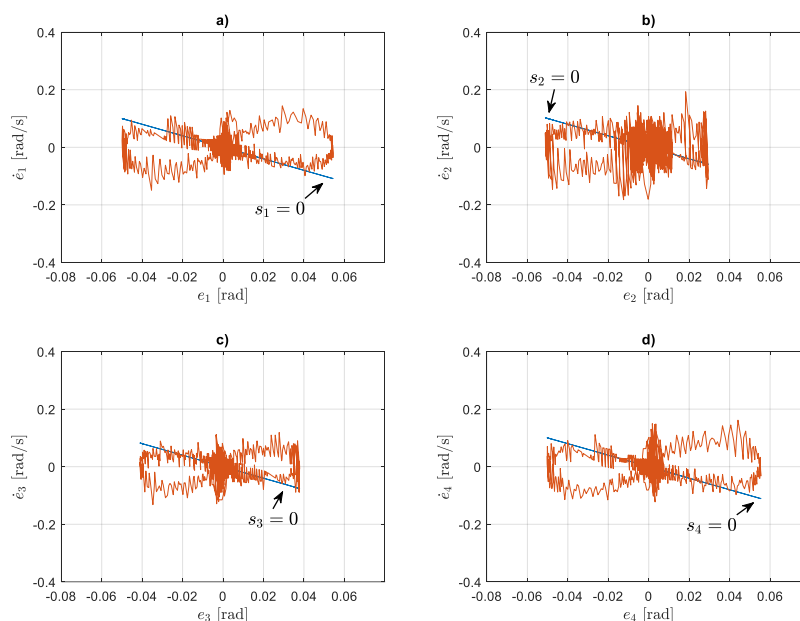
Rys. VI.19. Rezultaty weryfikacji sterowania neuronowego: a) zadany i zrealizowany tor ruchu punkt *S*, b) kąty obrotu kół *MRKM*, c) prędkość kątowna kół *MRKM*

Uzyskane z eksperymentu pomiarowe parametry kątowe kół *MRKM* zamieszczono na rys. VI.19bc. Porównanie zadanego toru ruchu (niebieska linia) z zrealizowanym (pomarańczowa linia) zamieszczono na rys. VI.19a, obserwowalne jest gorsze odwzorowanie niż w analogicznym teście symulacyjnym (rys. V.31a), aczkolwiek błędy odwzorowania toru ruchu wynikające z zadanego zakłócenia są niższe niż te powstające podczas fazy rozruchu *MRKM* $d_{\max} \approx 0.005$ [m].

Przebiegi błędów nadążania uzyskane z eksperymentu weryfikacyjnego (rys. V.20abc) są zbliżone do wartości z eksperymentu symulacyjnego (rys. V.32abc). Niewielkie różnice wykazuje e_2 (pomarańczowa linia) spowodowane przyjętą metodą wyznaczania brakującego sygnału sterowania koła 2 (III.63) i nierównościami mocy układów wykonawczych *MRKM*. Pomiary wykonano bez zastosowania filtracji sygnałów czego rezultatem są wahania wartości przebiegów błędów prędkości kątowej kół *MRKM* (rys. V.32.b). Trajektorie fazowe błędów nadążania (rys. VI.21abcd) mają zbliżone przebiegi do trajektorii otrzymanych w teście symulacyjnym (V.33abcd) z wyjątkiem koła 2, co spowodowane jest wspomnianą wcześniej metodą wyznaczania sterowania koła 2.



Rys. VI.20. Rezultaty weryfikacji sterowania neuronowego: a) błędy kątów obrotu kół *MRKM*, b) błędy prędkości kątowej kół *MRKM*, c) błędy liniowe punktu *S*



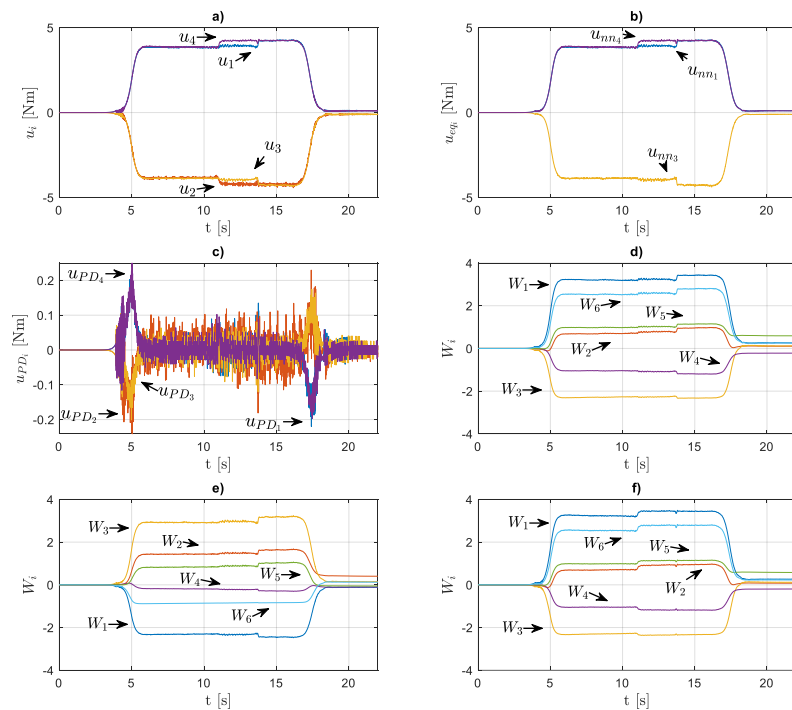
Rys. VI.21. Rezultaty weryfikacji sterowania neuronowego: a) trajektoria fazowa błędu koła 1, b) trajektoria fazowa błędu koła 2, c) trajektoria fazowa błędu koła 3, d) trajektoria fazowa błędu koła 4

Całkowity sygnał sterowania przedstawiono na rys. VI.22a, sygnał wygenerowany przez sieci neuronowe na rys. VI.22b, a sygnał regulatora PD na rys. VI.22c. Przebiegi zmian wartości wag poszczególnych sieci zamieszczono na rys. VI.22def. Zarówno przebiegi sygnałów sterowania jak i przebiegi zmiany wag wykazują duże podobieństwo do rezultatów uzyskanych w symulacjach (rys. V.34). Wartości przyjętych wskaźników jakości zamieszczono w tab. VI.17, są one bardzo zbliżone do wartości wskaźników z symulacji dla kół 1,3 i 4. Wskaźniki dla koła 2 osiągają niższe wartości w weryfikacji niż w symulacji, co wynika z przyjętej metody wyznaczania brakującego sygnału sterowania koła 2 (III.63). Na przebiegi wag sieci neuronowej kół 1 (rys. VI.22d) i 3 (rys. VI.22e) wpływ ma zakłócenie występujące na kole 4 w $t = 11.1$ [s], analogicznie przebiegu wag sieci koła 4 (rys. VI.22f) widoczny jest wpływ zakłócenia występującego w $t = 13.8$ [s] na kołach 1 i 3.

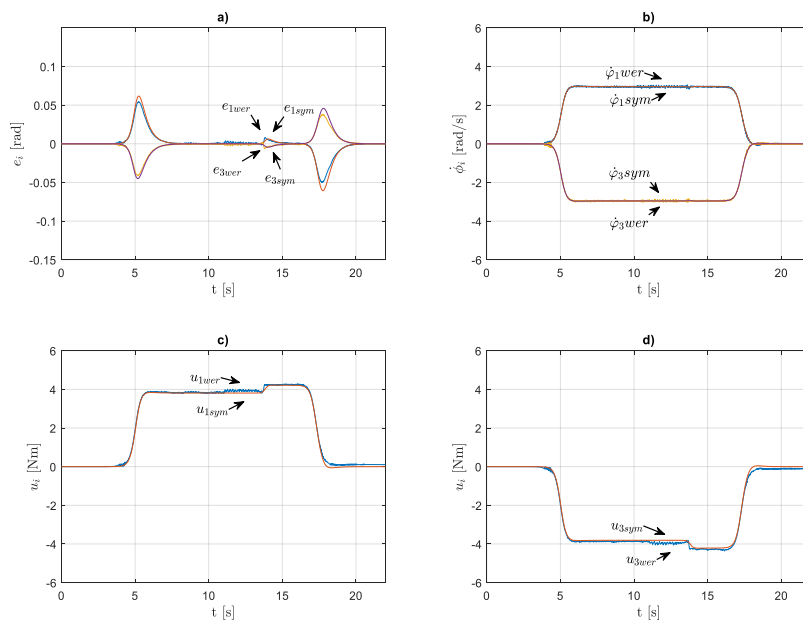
Tabela VI.11 Wartości wskaźników jakości

	e_{imax} [rad]	\dot{e}_{imax} [rad/s]	ε_i [rad]	$\dot{\varepsilon}_i$ [rad/s]	d_{max} [m]
1	0.061	0.109	0.014	0.023	
2	0.044	0.081	0.011	0.017	
3	0.044	0.081	0.011	0.017	0.005
4	0.061	0.109	0.014	0.023	

Porównanie wybranych przebiegów otrzymanych w symulacjach i eksperymentach przedstawiono na rys. VI.23. Wszystkie porównane przebiegi wykazują dużą zbieżność.



Rys. VI.22. Rezultaty weryfikacji sterowania neuronowego: a) przebieg sygnału sterowania całkowitego, b) przebieg sygnału sterowania neuronowego, c) przebieg sygnału sterowanie PD, d) przebiegi wartości wag sieci koła 3, f) przebiegi wartości wag sieci koła 4



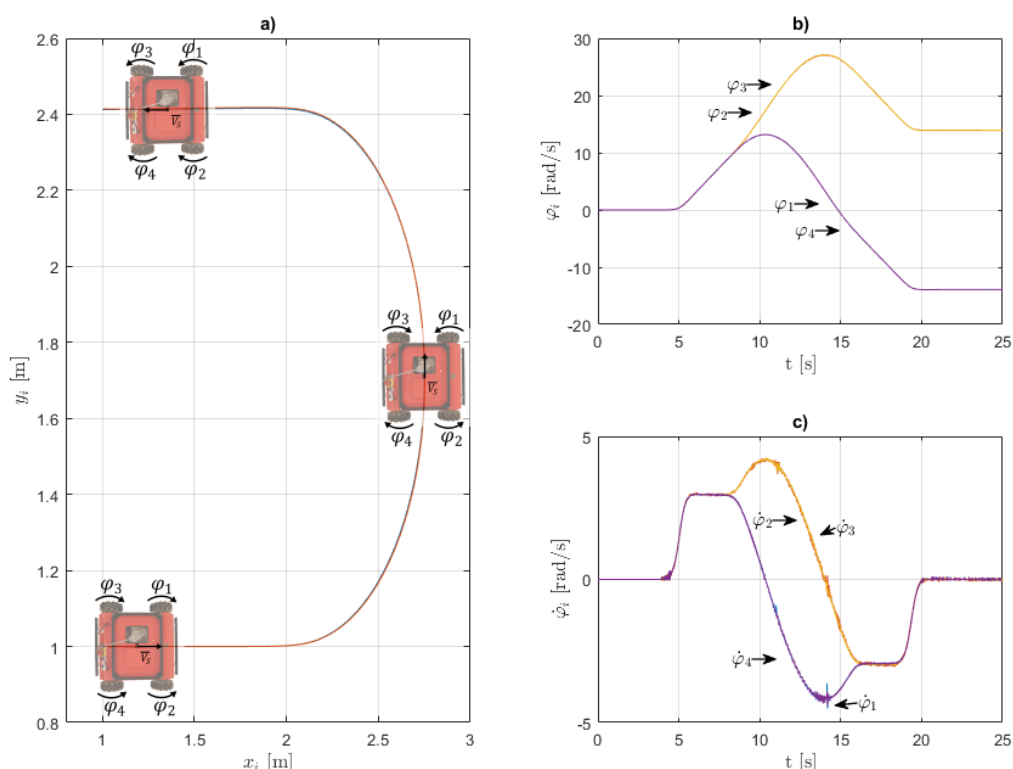
Rys. VI.23. Wybrane przebiegi porównania symulacji z eksperymentem, a) błąd kąta obrotu koła 3 i 4, b) prędkości kątowe kół 3 i 4, c) całkowity sygnał sterowania koła 3, d) całkowity sygnał sterowania koła 4

Drugi test

Drugi test weryfikacyjny przeprowadzono dla wariantu łuku z założeniem że prędkość kątowna ramy robota nie zmienia się w czasie $\dot{\beta}(t) = 0$ oraz że w czasie ok $t = 11.1$ [s] koła 1 i 3, oraz $t = 14.1$ [s] koła 2 i 4 *MRKM* wjeżdżają na zakłócenie, co powoduje zmianę oporów ruchu.. Dane zadanego toru ruchu zamieszczono w tab. VI.12.

Tabela VI.12 Dane zadanego toru ruchu punktu *S*

v_s^* [m/s]	c [1/s]	b [s]	b_1 [s]	γ [rad]	β_z [rad]	x_{s0} [m]	y_{s0} [m]	c_β [1/s]	b_s [s]	b_{s1} [s]	R_R [m]
0.3	5	5	19.34	0	0	1	1	5	8.5	15.84	0.7

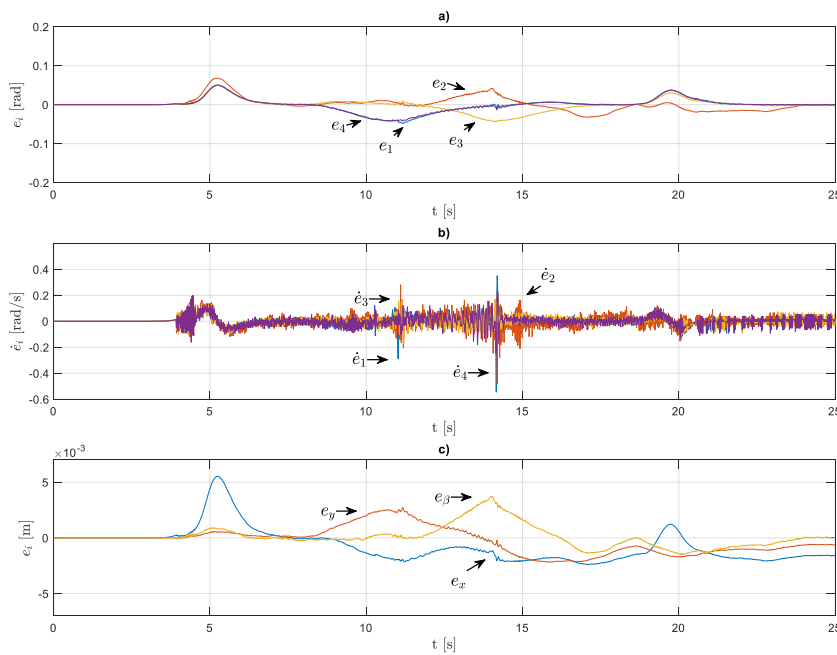


Rys. VI.24 Rezultaty weryfikacji sterowania neuronowego: a) zadany i zrealizowany tor ruchu punktu *S*, b) kąty obrotu kół *MRKM*, c) prędkość kątowna kół *MRKM*

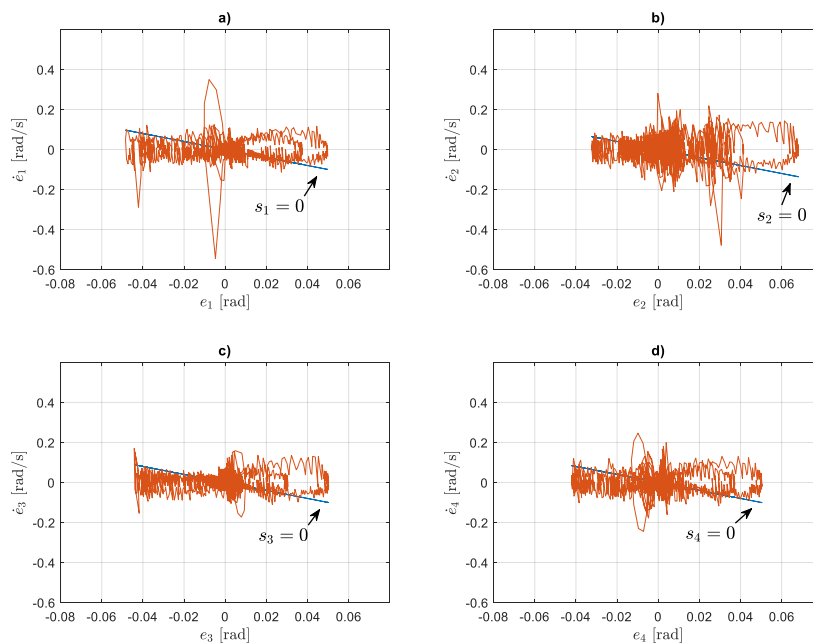
Porównanie zadanego i zrealizowanego przez punkt *S* *MRKM* toru ruchu zamieszczono na rys. VI.24a, maksymalna odległość $d_{\max} \approx 0.005$ [m]. Przebiegi kątów obrotu kół *MRKM* przedstawiono na rys. V.24b, prędkości kątowne kół na rys. V.24c.

Przebiegi błędów nadążania zamieszczono na rys. VI.25abc. Tak jak w przypadku weryfikacji prostej, błąd e_2 (pomarańczowa linia) wykazuje niewielkie odstępstwa od przebiegów pozostałych błędów. Nagły wzrost wartości błędów prędkości kątownej w $t = 11.1$ [s] i $t = 14.1$ [s] spowodowany jest nałożeniem się na siebie czasu kiedy poszczególne koła zmieniają kierunek obrotu oraz wjazdu na zakłócenie związane ze zmianą oporów ruchu. Otrzymane błędy liniowe na osiach *X* i *Y* (rys. VI.25c) wykazują

podobne przebiegi do wartości otrzymanych w symulacji. Zaobserwowano że błąd kąta obrotu ramy $MRKM$ e_β narasta od czasu wystąpienia zakłócenia na kołach 1 i 3 w $t = 11.1$ [s] do czasu wystąpienia zakłócenia na kołach 2 i 4 w $t = 11.1$ [s]. Przebiegi trajektorii fazowych błędów nadążania zamieszczono na rys. VI.26abcd. Oddalenie się układu od płaszczyzny ślizgowej szczególnie widoczne na rys. VI.26a spowodowane jest wspomnianym wcześniej nałożeniem na siebie czasem zmiany kierunku obrotu koła 4 oraz jego wjazd na zakłócenie, co powoduje oddziaływanie na koło 1 powodujący nagły wzrost \dot{e}_1 obserwowalny na rys. VI.26b w $t = 14.16$ [s].



Rys. VI.25. Rezultaty weryfikacji sterowania neuronowego: a) błędy kątów obrotu kół $MRKM$, b) błędy prędkości kątowej kół $MRKM$, c) błędy liniowe punktu S



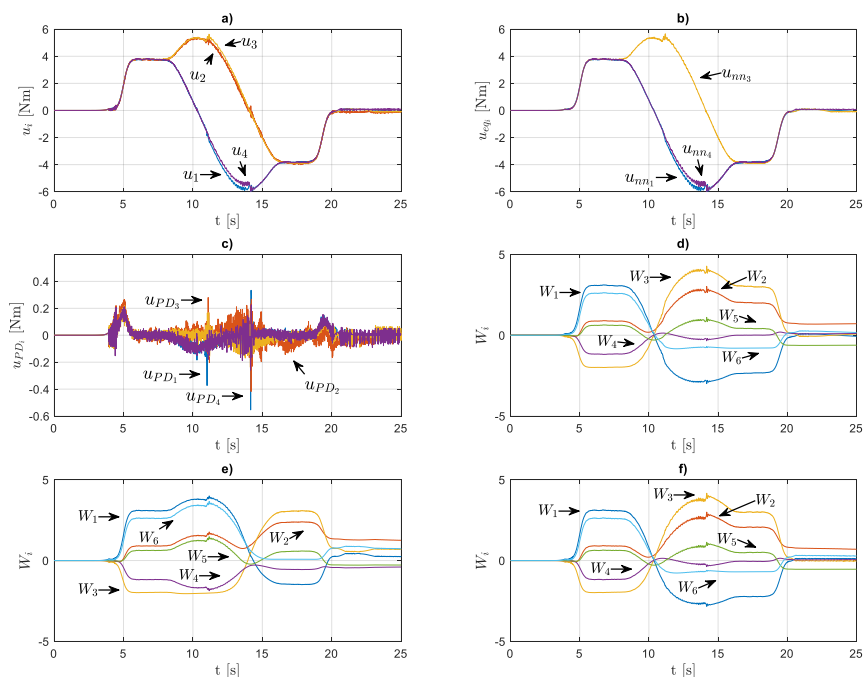
Rys. VI.26. Rezultaty weryfikacji sterowania neuronowego: a) trajektoria fazowa błędu koła 1, b) trajektoria fazowa błędu koła 2, c) trajektoria fazowa błędu koła 3, d) trajektoria fazowa błędu koła 4

Sygnaly sterowania *MRKM* zamieszczono na rys. VI.27abc. Zauważalne różnice w porównaniu z sygnałami uzyskanymi z symulacji widoczne są na przebiegach sygnału regulatora PD (rys. VI.27c), wynika to z wspomnianych wcześniej nakładających się na siebie zjawisk w eksperymencie pomiarowym powodujących nagły wzrost wartości błędu prędkości kątowej \dot{e}_i . Na wykresach zmian wag sieci (rys. VI.27def) podobnie jak w weryfikacji prostej widoczne jest oddziaływanie zakłóceń na pozostałych kołach. Wartości przyjętych wskaźników jakości zamieszczono w tab.VI.13. Warunki eksperymentu weryfikacyjnego spowodowały że maksymalna wartość błędu prędkości kątowej znacząco różni się od wartości otrzymanych w symulacji.

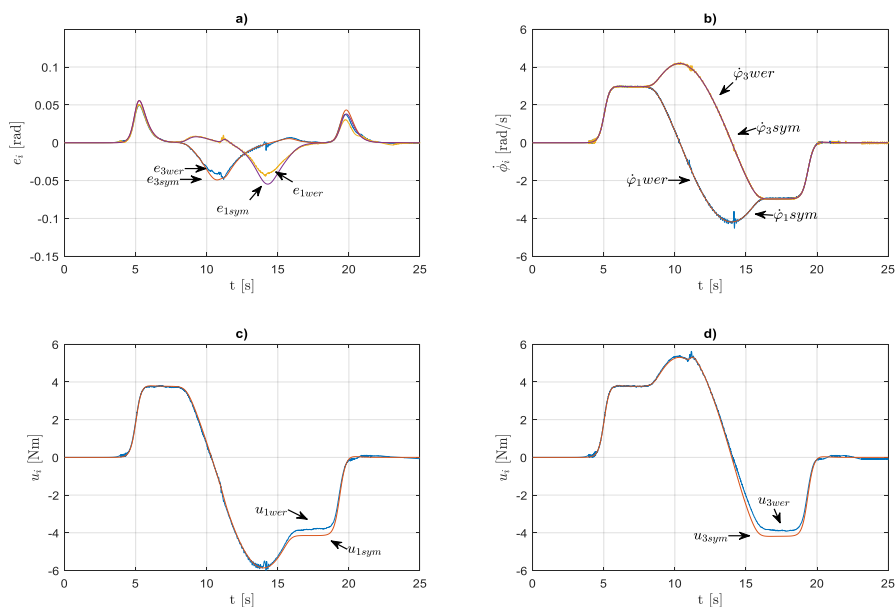
Tabela VI.13 Wartości wskaźników jakości

	e_{imax} [rad]	\dot{e}_{imax} [rad/s]	ε_i [rad]	$\dot{\varepsilon}_i$ [rad/s]	d_{max} [m]
1	0.049	0.544	0.016	0.034	
2	0.068	0.478	0.017	0.046	
3	0.050	0.173	0.015	0.032	0.005
4	0.050	0.246	0.016	0.037	

Porównanie wybranych przebiegów otrzymanych w symulacjach i rzeczywistych eksperymentach dla torze ruchu punktu *S* w kształcie łuku z założeniem że kąt obrotu ramy robota nie zmienia się w czasie przedstawiono na rys. VI.28. Przebiegi błędów kąta obrotu (rys. VI.28a) wykazują dobre odwzorowanie, podobnie jest z przebiegami prędkości kątowych (rys. VI.28b). Porównanie sygnałów sterowania (rys. VI.28cd) wykazuje pewne rozbieżności wynikające z niezamodelowanych w symulacji zjawisk występujących podczas eksperymentów weryfikacyjnych.



Rys. VI.27. Rezultaty weryfikacji sterowania neuronowego: a) przebieg sygnału sterowania całkowego, b) przebieg sygnału sterowania neuronowego, c) przebieg sygnału sterowanie PD, d) przebiegi wartości wag sieci koła 1, e) przebiegi wartości wag sieci koła 3, f) przebiegi wartości wag sieci koła 4



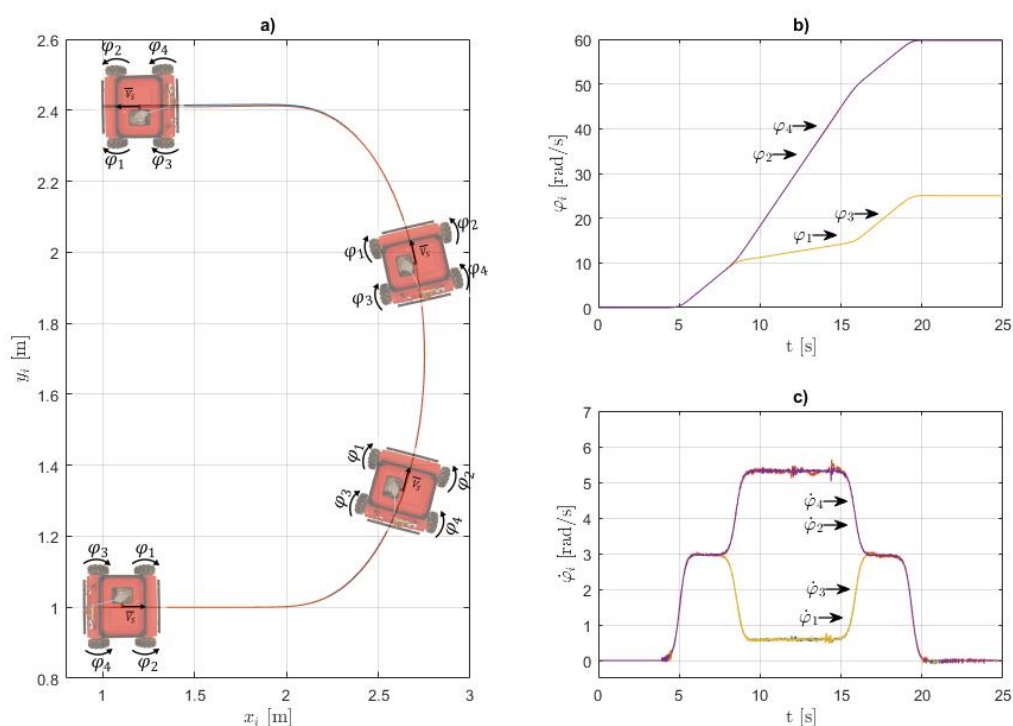
Rys. VI.28. Wybrane przebiegi porównania symulacji z eksperymentem, a) błąd kąta obrotu koła 3 i 4, b) prędkości kątowe kół 3 i 4, c) całkowity sygnał sterowania koła 3, d) całkowity sygnał sterowania koła 4

Trzecia weryfikacja

W trzecim eksperymencie weryfikacyjnym założono że punkt S robota porusza się po torze w formie łuku z założeniem że prędkość kątowna ramy robota zmienia się w czasie $\beta \neq 0$, w czasie $t = 12.1$ [s] koła 1 i 2 oraz w czasie $t=14.6$ [s] koła 3 i 4 *MRKM* wjeżdżają na zakłócenie, co powoduje zmianę oporów ruchu. Tabela VI.3 zawiera oszacowane niedokładności parametrów odpowiadających za opory ruchu mobilnego robota. Dane zadanego toru ruchu zamieszczono w tabeli VI.14.

Tabela VI.14 Dane zadanego toru ruchu punktu S

v_s^* [m/s]	c [1/s]	b [s]	b_1 [s]	γ [rad]	β_2 [rad]	x_{s0} [m]	y_{s0} [m]	c_β [1/s]	b_s [s]	b_{s1} [s]	R_R [m]
0.3	5	5	19.34	0	0	1	1	5	8.5	15.84	0.7

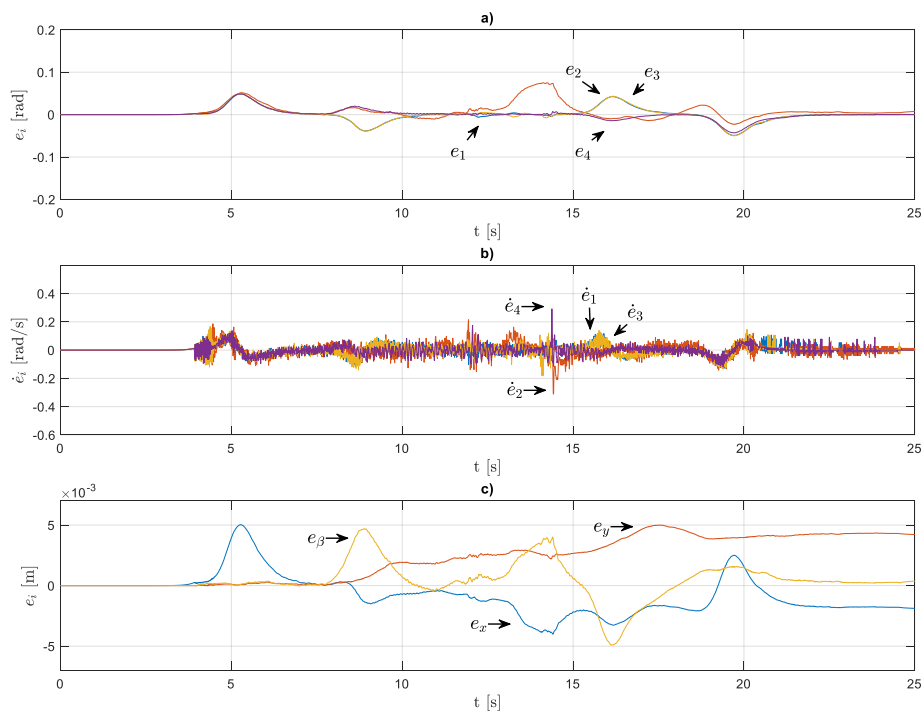


Rys. VI.29. Rezultaty weryfikacji sterowania: a) zadany i zrealizowany tor ruchu punktu S , b) kąty obrotu kół *MRKM*, c) prędkość kątowna kół *MRKM*

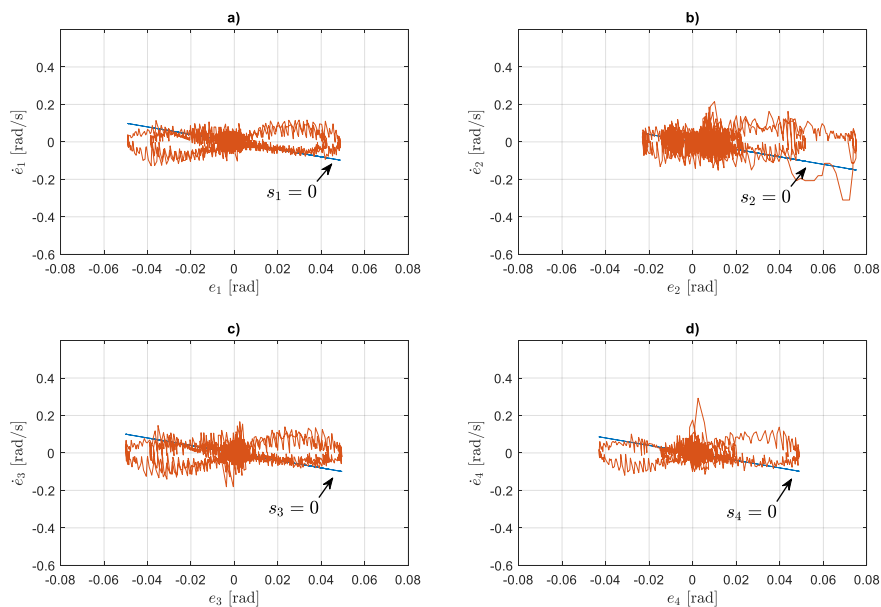
Porównanie zadanego i zrealizowanego przez punkt S *MRKM* toru ruchu zamieszczono na rys. VI.29a, maksymalna odległość $d_{\max} \approx 0.006$ [m]. Przebiegi kątów obrotu kół *MRKM* przedstawiono na rys. V.29b, prędkości kątowne kół na rys. V.29c.

Błędy nadążania (rys. VI.30) wykazują zbliżone przebiegi do wartości otrzymanych w symulacji (rys. V.48) do czasu wjazdu koła 2 na zakłócenie tj. $t = 12.1$ [s], obserwowalny jest wzrost e_2 (rys. VI.30a), powodujący wzrost wartości błędów liniowych (rys. VI.30c), błąd ten jest kompensowany przez sieci neuronowe kół 1,3 i 4, taki przebieg powoduje że trajektoria fazowa błędów nadążania koła 2 (rys. VI.31b)

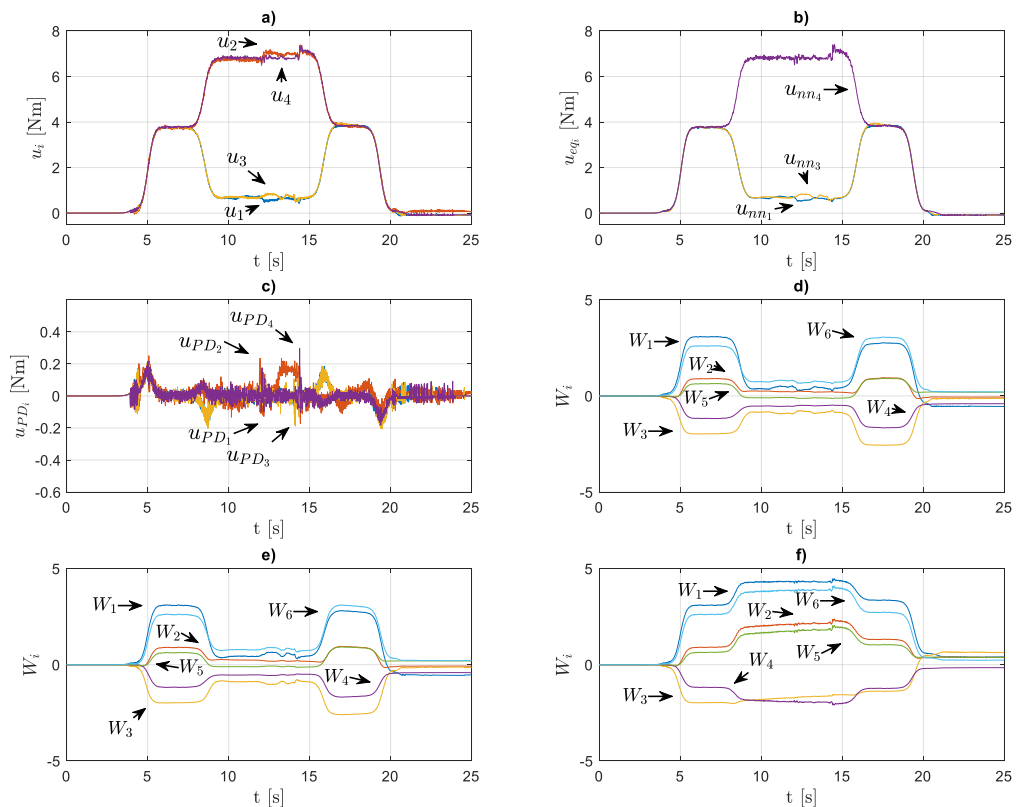
oddala się od płaszczyzny ślizgowej, lecz po kompensacji błędu wraca w bliskie otoczenie $s_2 = 0$.



Rys. VI.30. Rezultaty weryfikacji sterowania: a) błędy kątów obrotu kół *MRKM*, b) błędy prędkości kątowej kół *MRKM*, c) błędy liniowe punktu *S*



Rys. VI.31. Rezultaty weryfikacji sterowania neuronowego: a) trajektoria fazowa błędu koła 1, b) trajektoria fazowa błędu koła 2, c) trajektoria fazowa błędu koła 3, d) trajektoria fazowa błędu koła 4

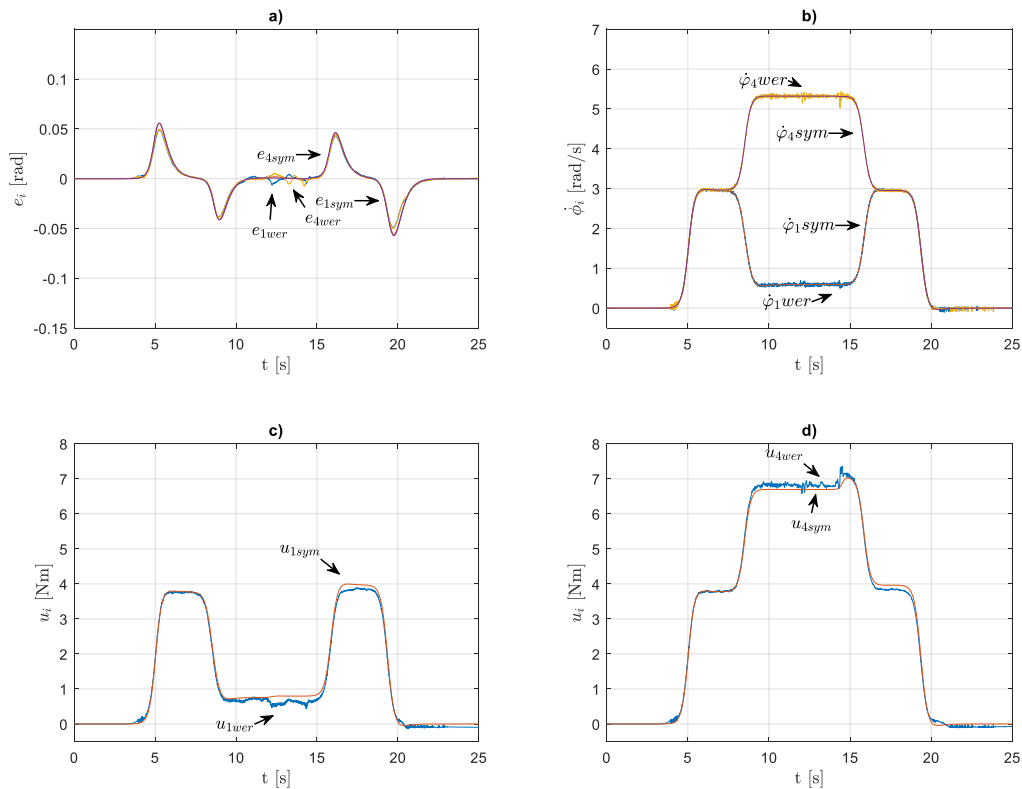


Rys. VI.32. Rezultaty weryfikacji sterowania neuronowego: a) przebieg sygnału sterowania całkowitego, b) przebieg sygnału sterowania neuronowego, c) przebieg sygnału sterowanie PD, d) przebiegi wartości wag sieci koła 1, e) przebiegi wartości wag sieci koła 3, f) przebiegi wartości wag sieci koła 4

Całkowity sygnał sterowania przedstawiono na rys. VI.32a, sygnał wygenerowany przez sieć neuronową na rys. VI.32b jest sygnałem dominującym. Zaobserwowano wzrost wartości sygnału generowanego przez regulator PD (rys. VI.32c) koła 2 (linia pomarańczowa) od czasu $t = 12.1$ [s] do $t = 14.6$ [s], czyli okresu gdy koło 2 znajduje się na zakłóceniu a koło 4 jeszcze nie. Spowodowane jest to przyjętą metodą wyznaczania brakującego sygnału sterowania koła 2 (III.63). W omawianym okresie widoczne są zmiany wartości wag sieci kół 1,3 i 4 (rys. VI.32def). W tabeli VI.15 zamieszczono przyjęte wskaźniki jakości.

Tabela VI.15 Wartości wskaźników jakości

	e_{imax} [rad]	\dot{e}_{imax} [rad/s]	ε_i [rad]	$\dot{\varepsilon}_i$ [rad/s]	d_{max} [m]
1	0.049	0.127	0.015	0.032	
2	0.075	0.310	0.019	0.043	
3	0.050	0.180	0.016	0.035	0.006
4	0.048	0.292	0.012	0.031	



Rys. VI.33. Wybrane przebiegi porównujące symulacje z eksperymentem, a) błąd kąta obrotu koła 3 i 4, b) prędkości kątowe kół 3 i 4, c) całkowity sygnał sterowania koła 3, d) całkowity sygnał sterowania koła 4

Porównanie wybranych przebiegów otrzymanych w symulacjach i rzeczywistych eksperymentach dla toru ruchu w kształcie łuku z założeniem że kąt obrotu ramy robota zmienia się w czasie przedstawiono na rys. VI.33. Przebiegi błędów kąta obrotu (rys. VI.33a) wykazują dobre odwzorowanie, podobnie jest z przebiegami prędkości kątowych (rys. VI.33b). Porównanie sygnałów sterowania u_1 i u_4 zamieszczono na rys. VI.33cd.

VI.4 Wnioski

W rozdziale VI zamieszczono wyniki weryfikacji wybranych wariantów symulacji algorytmów sterowania nadążnego omówionych w rozdziale V, na obiekcie rzeczywistym jakim jest robot mobilny Husarion Panther wyposażony w koła mecanum. Uzyskane przebiegi weryfikacyjne są wysoce zbliżone do przebiegów symulacyjnych, niewielkie różnice wynikają z niedokładności w oszacowaniu parametrów modelu matematycznego *MRKM*.

Porównując ze sobą omawiane metody sterowania nadążnego na torze prostoliniowym zaobserwowano, że niewielki, powstający podczas fazy rozruchu błąd statyczny (rys. VI.5ac) nie jest do końca kompensowany przez algorytm sterowania odpornego, co

skutkuje ciągłym narastaniem błędu zrealizowanego przez punkt S $MRKM$ toru ruchu (rys.VI.4a), błąd ten w czasie wystąpienia zakłócenia na poszczególnych kołach narasta do wartości ok 0.1 [rad] lub 0.01 [m], i utrzymuje wartość statyczną, co przy dłuższym czasie ruchu przy ciągle oddziaływującym zakłóceniu powodowało by ciągle oddalanie się od danego toru ruchu przez punkt S $MRKM$. Sterowanie neuronowe, poprzez adaptacje wag w czasie rzeczywistym (rys. VI.21def) kompensuje wspomniane błędy (rys. VI.19ac), co skutkuje wysoce wysokim odwzorowaniem zadanego toru ruchu przez punkt S $MRKM$ (rys. VI.18a).

Na torze ruchu w kształcie łuku z założeniem że prędkość kątowna ramy robota nie zmienia się, zaobserwowano że podczas testów na rzeczywistym robocie, w momencie w którym koła $MRKM$ zmieniają kierunek obrotu, pojawiają się błędy związane z realizacją sprzętową algorytmu sterowania w okolicach zera, nasilone występującym w tym samym czasie zakłóceniem. Algorytm neuronowy, z racji ciągłej adaptacji wag wykazuje duże, niekorzystne wzrosty błędów prędkości kątowej (rys. VI.25b) w tym okresie. Algorytm odporny natomiast, dzięki stałemu sygnałowi generowanemu przez sterowanie równoważne o wiele lepiej radzi sobie w takich warunkach (rys.VI.10b).

Weryfikacje na torze ruchu w kształcie łuku z założeniem że prędkość kątowna ramy robota zmienia się w czasie, z najgorszym dla wybranego sposobu wyznaczania brakującego sygnału sterowania (III.63), w przebiegach algorytmu neuronowego, obserwowalny jest stały, narastający błąd prędkości kątowej koła 2 (rys. VI.30b), do czasu gdy na kole 4 pojawi się zakłócenie. W przypadku sterowania odpornego, problem nie występuje (rys. VI.15b).

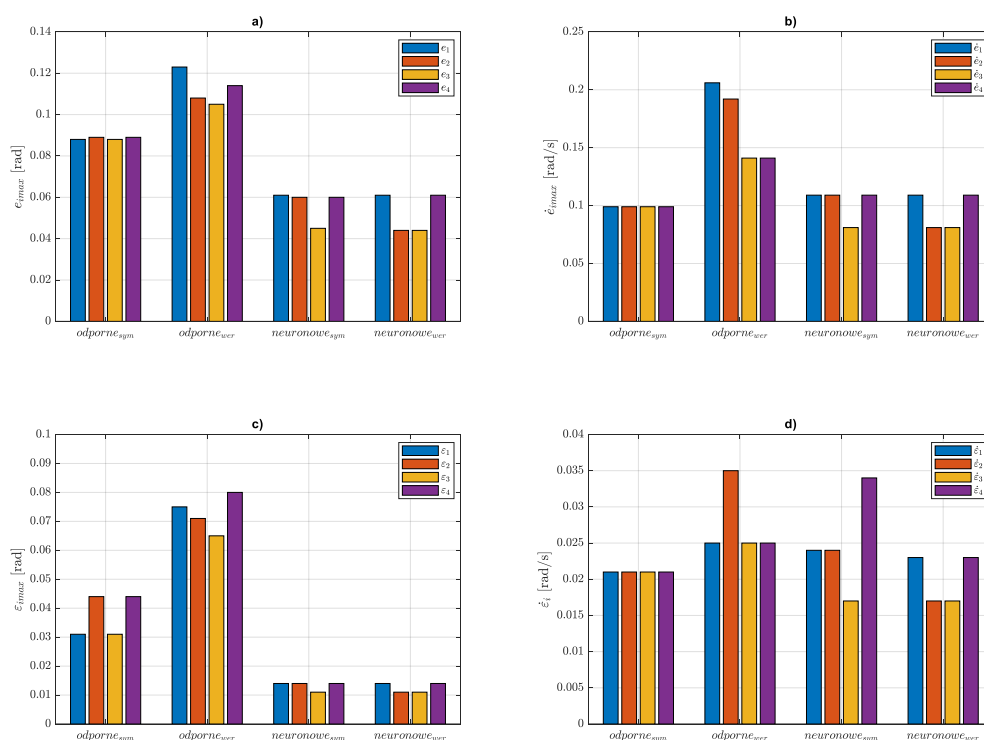
Otrzymane wyniki świadczą że oba zaproponowane algorytmy sterowania nadążnego, są wysoce wydajne w sterowaniu robotami z kołami mecanum. Warto zaznaczyć że zastosowanie algorytmu sterowania opartego o sieć RVFL wymaga jedynie podstawowej wiedzy o obiekcie sterowania, co umożliwia szybkie projektowanie algorytmów sterowania nadążnego. W przypadku algorytmu odpornego, opartego na wiedzy o parametrach modelu $MRKM$, wymagane jest o wiele więcej czasu aby odpowiednio dobrać parametry algorytmu sterowania nadążnego.

VII. Podsumowanie i kierunki dalszych badań

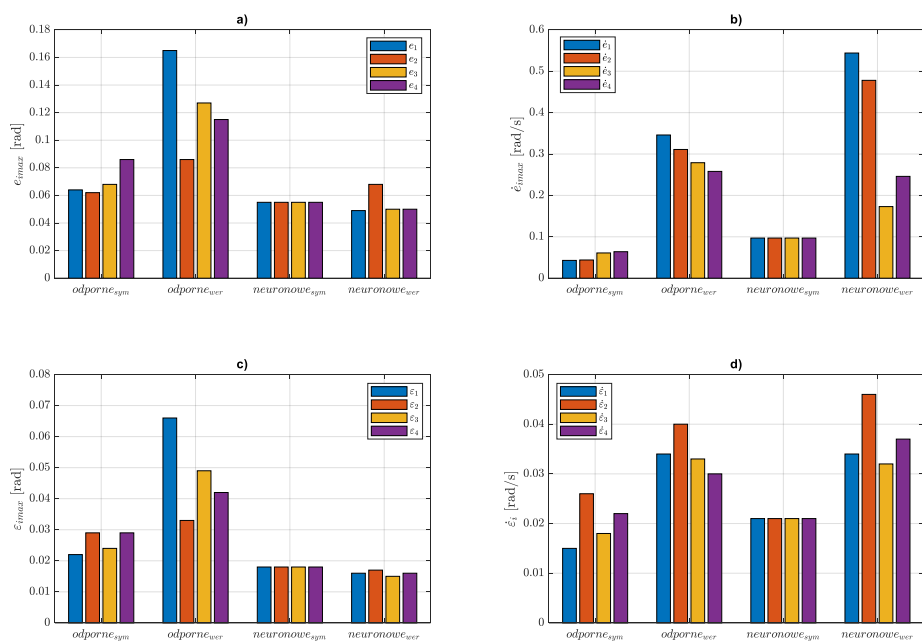
W niniejszej rozprawie przeprowadzono analizę i syntezę sterowania nieholonomicznym, nadmiarowym (overactuated), mobilnym robotem kołowym z kołami mecanum. Bazując na równaniach kinematyki rozwiązano zadanie odwrotne kinematyki, które przyjęto jako zadaną trajektorię ruchu dla układu sterowania ruchem nadsztywnym robota. Zadanie to zrealizowano stosując syntezę algorytmów sterowania odpornego i neuronowego. Analizowany mobilny robot posiada 3-stopnie swobody a 4-koła napędzające co czyni go obiektem nadmiarowym. Do wyznaczenia sterowania dodatkowym modułem napędowym założono równość mocy modułów napędowych. Badania eksperymentalne nie potwierdziły tego założenia ale umożliwiły wprowadzenia korekty w równaniu wynikającym z równości mocy. Syntezę algorytmów sterowania przeprowadzono na podstawie dynamicznych równań ruchu zapisanych w postaci równań Maggiego. Przeprowadzając procedurę identyfikacji parametrycznej z wykorzystaniem eksperymentu na obiekcie rzeczywistym, wybrano najlepszy model matematyczny w danej klasie modeli matematycznych opisanych równaniami Maggiego. W klasie sterowania odpornego wykorzystano teorię układów o zmiennej strukturze, natomiast w sterowaniu neuronowym wykorzystano twierdzenie o uniwersalności aproksymacji nieliniowości siecią neuronową. Wyznaczone prawa sterowania ruchem nadsztywnym robota zapewniają stabilność zaprojektowanych układów sterowania, co potwierdzono na podstawie teorii stabilności Lapunowa. Rozważania teoretyczne zostały poparte licznymi badaniami symulacyjnymi i eksperymentalnymi analizowanych algorytmów na typowych, praktycznych zadanych torach ruchu, wybranego punktu robota. Szczegółowe porównanie uzyskanych rozwiązań symulacyjnych i weryfikacyjnych omówiono w układzie graficznym.

Uzyskane z procedury identyfikacyjnej w rozdziale IV, oszacowane wartości parametrów modelu matematycznego *MRKM*, wykazują dużą dokładność odwzorowania modelu zarówno graficznie (rys. IV.9, rys. IV.10) jak i według przyjętych wskaźników (IV.18-19). Analogicznie jest w przypadku analizowanych algorytmów sterowania, zarówno dla sterowania odpornego (rys. VI.8, rys. VI.13, rys. VI.18) jak i sterowania neuronowego (rys. VI.23, rys. VI.28, rys. VI.33) uzyskano dużą dokładność odwzorowania. W pracy zamieszczono wyniki symulacji algorytmów sterowania ruchem nadsztywnym dla zadanego toru prostoliniowego punktu *S* (rys. III.5), oraz toru w kształcie łuku co pokazano na rys.III.6-7. Przeprowadzono symulacje bez zakłóceń oraz z występującym zakłóceniem w postaci zmiany oporów ruchu *MRKM*. Symulacje z występującym zakłóceniem zweryfikowane zostały na obiekcie rzeczywistym jakim jest robot Husarion Panther wyposażony w koła mecanum (rys. III.1). Weryfikacje realizowane były w czasie rzeczywistym na karcie kontrolno-pomiarowej dSpace 1103. Z przeprowadzonych badań wynika, że maksymalne wartości wskaźników jakości e_{imax} oraz \dot{e}_{imax} (tab. V.6, tab. V.10, tab. V.14, tab. VI.4, tab. VI.6, tab. VI.8) dla algorytmu sterowania odpornego, spełniają zależność (V.22), co potwierdza odporność algorytmu na założone zakłócenie, można to również zinterpretować graficznie jako pozostanie trajektorii fazowej w otoczeniu różnorodności ślizgowej (rys. V.8, rys. V.16, rys. V.24, rys.

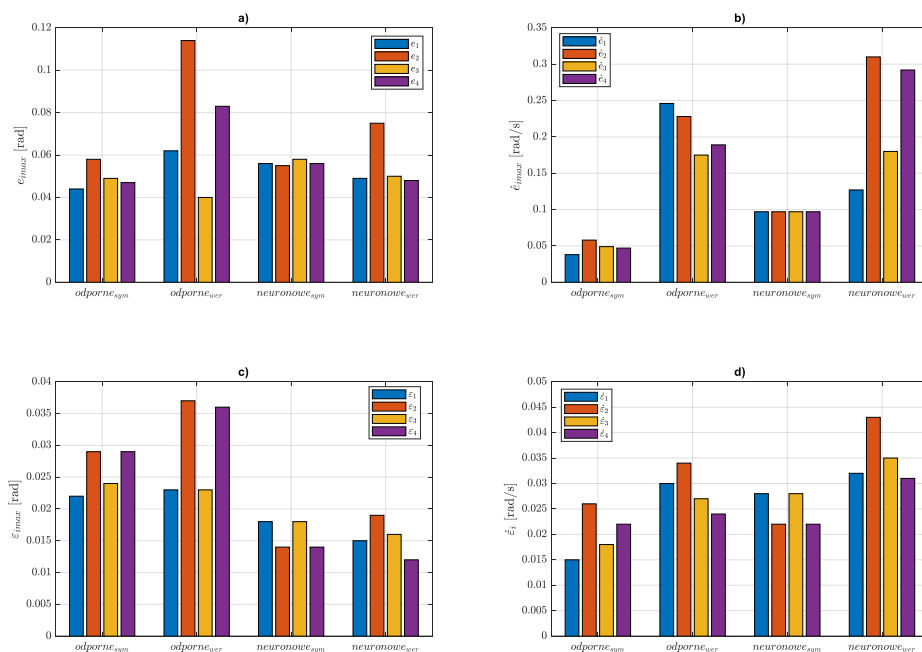
VI.6, rys. VI.11, rys. VI.16). Trajektoria fazowa uzyskana w sterowaniu neuronowym (rys. V.33, rys. V.41, rys. V.49, rys. VI.21, rys. VI.26, rys. VI.31) wraca w bliskie otoczenie $s_i = 0$ po procesie adaptacji wag związanych ze zmianą warunków pracy *MRKM*. Na rys. VII.1-3 zamieszczono zestawienie przyjętych wskaźników jakości uzyskanych z symulacji oraz weryfikacji w wariantach z występującym zakłóceniem związanym ze zmianą oporów ruchu *MRKM*. Różnice wartości wskaźników jakości z symulacji i eksperymentu wynikają z niezamodelowanych zjawisk fizycznych, trudno mierzalnych dodatkowych zakłóceń występujących podczas badań weryfikacyjnych. Otrzymane wartości wskaźników jakości wskazują sterowanie neuronowe jako bardziej korzystne na analizowanych trajektoriach z założonym zakłóceniem wpływającym na zmianę oporów ruchu *MRKM*.



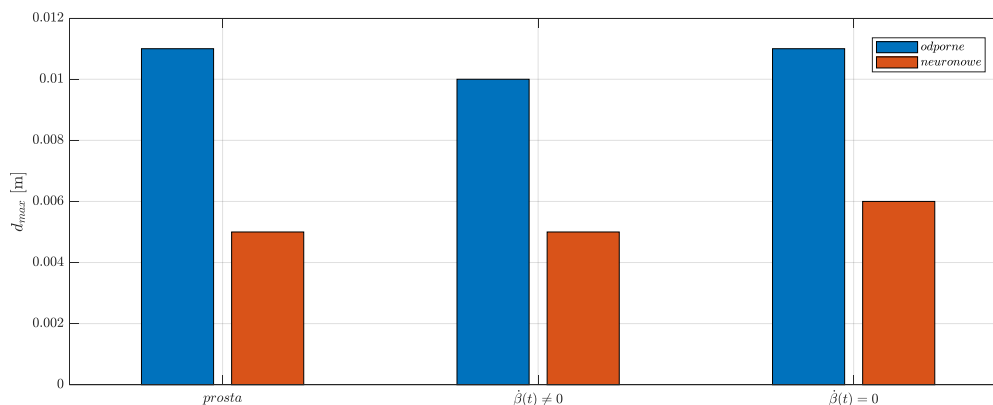
Rys. VII.1. Zestawienie wskaźników jakości dla toru prostoliniowego z zakłóceniami: a) maksymalna wartość błędu kąta obrotu kół *MRKM*, b) maksymalna wartość błędu prędkości kątowej kół *MRKM*, c) pierwiastek średniokwadratowy dla kątów obrotu koła *MRKM*, d) pierwiastek średniokwadratowy dla prędkości kątowych kół *MRKM*



Rys. VII.2. Zestawienie wskaźników jakości dla trajektorii w kształcie łuku z założeniem $\dot{\beta}(t) = 0$: a) maksymalna wartość błędu kąta obrotu kół *MRKM*, b) maksymalna wartość błędu prędkości kątowej kół *MRKM*, c) pierwiastek średniokwadratowy dla kątów obrotu koła *MRKM*, d) pierwiastek średniokwadratowy dla prędkości kątowych kół *MRKM*



Rys. VII.3. Zestawienie wskaźników jakości dla trajektorii w kształcie łuku z założeniem $\dot{\beta}(t) \neq 0$: a) maksymalna wartość błędu kąta obrotu kół *MRKM*, b) maksymalna wartość błędu prędkości kątowej kół *MRKM*, c) pierwiastek średniokwadratowy dla kątów obrotu koła *MRKM*, d) pierwiastek średniokwadratowy dla prędkości kątowych kół *MRKM*



Rys. VII.4. Zestawienie maksymalnych odległości od zadanej trajektorii ruchu.

Na rys. VII.4 zamieszczono porównanie maksymalnych błędów odległości zrealizowanego i zadanego toru ruchu punktu S . Lepsze odwzorowanie zadanego toru ruchu uzyskano algorytmem sterowania neuronowego, co wynika z możliwości adaptacji wag do zmiennych warunków pracy $MRKM$ niż w przypadku algorytmu odpornego. Większy błąd d_{max} spowodowany jest utrzymującym się błędem statycznym w stanie ustalonym, wynikającym z założenia dokładności sterowania odpornego. Metoda wyznaczania brakującego sygnału sterowania koła 2 (III.63) okazała się skuteczna na realizowanych w pracy trajektoriach, wartości wskaźników jakości (rys. VII.1-3) dla koła 2 nie odbiegają od wartości dla pozostałych kół.

W związku z powyższym można stwierdzić że

Zaproponowane metody sterowania, liczne badania symulacyjne, eksperymentalne, walidacyjne oraz uzyskane wyniki dokumentują prawdziwość postawionej tezy rozprawy.

Najważniejsze aspekty naukowe i główne osiągnięcia w realizacji rozprawy:

- Wyznaczenie równań kinematyki z zastosowaniem transformacji macierzy.
- Rozwiązanie zadania odwrotnego kinematyki dla założonych różnych torów wybranego punktu robota.
- Zastosowanie pakietu Matlab/Simulink do implementacji zadania odwrotnego kinematyki w badaniach symulacyjnych.
- Wyznaczenie korekty do równania równości mocy układów napędowych na podstawie badań eksperymentalnych.
- Przeprowadzenie procesu identyfikacji parametrycznej dynamicznych równań ruchu robota.
- Sformułowanie modelu numerycznego dynamicznych równań ruchu robota i badania symulacyjne.
- Wyznaczenie prawa sterowania odpornego na bazie teorii układów o zmiennej strukturze.

- Zastosowanie teorii stabilności Lapunowa do oceny stabilności zamkniętego układu sterowania odpornego.
- Wykorzystanie właściwości aproksymacyjnych sztucznych sieci neuronowych na zbiorze zwartym.
- Synteza prawa sterowania neuronowego aproksymującego nieliniowości i zmienne warunki pracy badanego robota.
- Wykazanie stabilności neuronowego prawa sterowania na podstawie teorii stabilności Lapunowa.
- Liczne badania symulacyjne przyjętych algorytmów sterowania.
- Zbudowanie, testowanie oraz zastosowanie do badań stanowiska badawczego na bazie karty dSpace.
- Wykonanie licznych badań eksperymentalnych przyjętych rozwiązań w pracy.
- Syntetyczne ujęcie sterowania w czasie rzeczywistym nieliniowych obiektów mechatroniki.
- Umiejętność oceny uzyskanych rozwiązań z zastosowaniem wskaźników ilościowych.
- Wykazanie możliwości aplikacyjnych zastosowanych metod analizy i syntezy obiektów nieliniowych nadmiarowych z kołami mecanum w rozwiązaniach przemysłowych.

Kierunki dalszych badań

Potencjalne kierunki dalszych badań w zakresie sterowania mobilnymi robotami kołowymi z kołami mecanum otwierają szerokie perspektywy dla rozwoju inteligentnych systemów robotyki mobilnej. Optymalizacja algorytmów sterowania nadążnego jest kluczowym elementem, który może znacząco zwiększyć efektywność, precyzję oraz adaptacyjność robotów w różnorodnych zastosowaniach. Dalsze prace mogą skupić się na optymalizacji istniejących algorytmów, aby jeszcze bardziej zwiększyć ich efektywność i odporność na występujące zakłócenia parametryczne i nieparametryczne. Warto również zbadać wydajność proponowanych algorytmów sterowania w różnych środowiskach operacyjnych, co może prowadzić do dalszego rozwoju algorytmów sterowania, które będą bardziej odporne na zmienne warunki pracy. Integracja zaawansowanych systemów percepcji, takich jak sensory LiDAR, kamery 3D, czy systemy rozpoznawania obrazu, mogą znacząco rozszerzyć możliwości robotów *MRKM* w zakresie dokładnej nawigacji i interakcji z otoczeniem. Badania mogą się skupić na opracowaniu metod fuzji danych sensorycznych, aby stworzyć dokładne mapy otoczenia, które mogą być wykorzystane do planowania trajektorii, omijania przeszkód i realizacji zadań w dynamicznie zmieniających się warunkach.

VIII. Bibliografia

1. Abhishek, V., & Saha, S. K. (2016). Dynamic identification and model based control of an omni-wheeled mobile robot. In *2016 4th International Conference on Robotics and Mechatronics (ICROM)* (pp. 595-600).
2. Agand, P., Shoorehdeli, M. A., & Teshnehlab, M. (2016). Transparent and flexible neural network structure for robot dynamics identification. In *2016 24th Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE)*.
3. Alakshendra, V., & Chiddarwar, S. (2017). Adaptive robust control of Mecanum-wheeled mobile robot with uncertainties. *Nonlinear Dynamics*, 87.
4. Azadeh, K., De Koster, R., & Roy, D. (2019). *Robotized and Automated Warehouse Systems: Review and Recent Developments. Transportation Science*.
5. Bandyopadhyay, B., Deepak, F., & Kim, K.-S. (2009). *Sliding Mode Control Using Novel Sliding Surfaces. Lecture Notes in Control and Information Sciences*.
6. Bartolini, G., Fridman, L., Pisano, A., & Usai, E. (Eds.). (2008). *Modern Sliding Mode Control Theory. Lecture Notes in Control and Information Sciences*.
7. Bartoszewicz, A. and Leverton, A. Time-Varying Sliding Modes for Second and Third Order Systems. (2009). *Lecture Notes in Control and Information Sciences*.
8. Bazzi, D., Messeri, C., Zanchettin, A. M., & Rocco, P. (2020). *Identification of Robot Forward Dynamics via Neural Network. 2020 4th International Conference on Automation, Control and Robots (ICACR)*.
9. Bodson, M. (2002). *Evaluation of Optimization Methods for Control Allocation. Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 25(4), 703–711.
10. Bolu, A., & Korcak, O. (2021). *Adaptive Task Planning for Multi-Robot Smart Warehouse. IEEE Access*, 9, 27346–27358.
11. Brunot, M., Janot, A., Young, P. C., & Carrillo, F. (2018). *An improved instrumental variable method for industrial robot model identification. Control Engineering Practice*, 74, 107–117.
12. Bubnicki Z. (1974). *Identification of control objects*, PWN.
13. Chwa, D. (2004). *Sliding-Mode Tracking Control of Nonholonomic Wheeled Mobile Robots in Polar Coordinates. IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 12(4), 637–644.
14. Custodio, L., & Machado, R. (2019). *Flexible automated warehouse: a literature review and an innovative framework. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 106(1-2), 533–558.
15. Ding, L., Li, S., Liu, Y.-J., Gao, H., Chen, C., & Deng, Z. (2017). *Adaptive Neural Network-Based Tracking Control for Full-State Constrained Wheeled Mobile Robotic System. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 47(8), 2410–2419.
16. dSpace, DS1103 PPC Controller Board. Hardware Installation and Configuration. Paderborn: dSpace GmbH, 2010.

17. Durham, W. C. (2001). *Computationally Efficient Control Allocation*. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 24(3), 519–524.
18. Edwards, C., and Spurgeon, S. (1998). *Sliding mode control: Theory and applications*. Taylor and Francis.
19. Enns, D. (1998). *Control allocation approaches*. *Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*.
20. Eykhoff, P. (1974). *System identification : parameter and state estimation*. Wiley-Interscience.
21. Fridman, L., Moreno, J., & Iriarte, R. (Eds.). (2012). *Sliding Modes after the First Decade of the 21st Century*. *Lecture Notes in Control and Information Sciences*.
22. Fuad, A. F. M., Mahmood, I. A., Ahmad, S., Norsahperi, N. M. H., Toha, S. F., Akmeliawati, R., & Darsivan, F. J. (2017). *Modeling and simulation for heavy-duty mecanum wheel platform using model predictive control*. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 184, 012050.
23. Giergiel M., Hendzel Z., Żylski W.(2002), *Modelowanie i sterowanie mobilnych robotów kołowych*, PWN.
24. Han, Y., & Zhu, Q. (2019). *Robust Optimal Control of Omni-directional Mobile Robot using Model Predictive Control Method*. *2019 Chinese Control Conference (CCC)*.
25. Han, Y., Wu, J., Liu, C., & Xiong, Z. (2020). *An Iterative Approach for Accurate Dynamic Model Identification of Industrial Robots*. *IEEE Transactions on Robotics*, 1–18.
26. Hendzel Z., Trojnacki M. (2008). *Sterowanie neuronowe ruchem mobilnych robotów kołowych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej.
27. Hendzel, Z. (2018). Robust neural networks control of omni-mecanum wheeled robot with hamilton-jacobi inequality. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 56(4), 1193-1204.
28. Hendzel, Z. (2019). *A Description of the Motion of a Mobile Robot with Mecanum Wheels – Kinematics*. *Automation 2019*, 346–355. Springer, Cham.
29. Hendzel, Z. (2019). *A Description of the Motion of a Mobile Robot with Mecanum Wheels – Dynamics*. *Automation 2019*, 337–345. Springer, Cham.
30. Hendzel, Z., Kołodziej, M. (2024). *Adaptive Neural Network Control for Mobile Robot with Mecanum Wheels: Experimental Validation*. *Automation 2024 – w druku*.
31. Hendzel, Z., Kołodziej, M. (2023). *Parametric Identification of the Mathematical Model of a Mobile Robot with Mecanum Wheels*. *Automation 2023: Key Challenges in Automation, Robotics and Measurement Techniques*. Springer, Cham.
32. Hendzel, Z., Kołodziej, M. (2021). *Robust Tracking Control of Omni-Mecanum Wheeled Robot*. *Automation 2021: Recent Achievements in Automation, Robotics and Measurement Techniques*. Springer, Cham.
33. Hendzel, Z.; Szuster, M.; Gierlak, P. (2010). *Sieci Neuronowe i Systemy Rozmyte*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej.

34. Igel'nik, B., & Yoh-Han Pao. (1995). *Stochastic choice of basis functions in adaptive function approximation and the functional-link net*. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 6(6), 1320–1329.
35. Ilon, B. E., (Nov 13, 1972). *Wheels for a Course Stable Selfpropelling Vehicle Movable in Any Desired Direction on the Ground or Some Other Base*, Patent Sweden B60B 19/12 (20060101); B60b 019/00,REF/3876255
36. Itkis, U., (1976). *Control systems of variable structure*, Wiley.
37. Jia, J., Zhang, M., Zang, X., Zhang, H., & Zhao, J. (2019). *Dynamic Parameter Identification for a Manipulator with Joint Torque Sensors Based on an Improved Experimental Design*. *Sensors*, 19(10), 2248.
38. Karras, G. C., & Furlas, G. K. (2019). *Model Predictive Fault Tolerant Control for Omni-directional Mobile Robots*. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*.
39. Khalil, H. K. (2002). *Nonlinear Systems*. Prentice Hall.
40. Leboutet Q, Roux J, Janot A, et al. (2021). *Inertial Parameter Identification in Robotics: A Survey*. *Appl Sci*.
41. Lewis F. L., Jagannathan S., and Yesilderek A., (1999). *Neural Network Control of Robot Manipulators and Nonlinear System*, Taylor & Francis.
42. Li, Y., Qiu, L., Wang, Z., Zhou, J., & Guo, Y. (2023). Adaptive model predictive control for trajectory tracking of Mecanum mobile robots. *2023 4th International Conference on Computer Engineering and Application (ICCEA)*, 804-808.
43. Liao, F., Benosman, M., Wang, J. L., & Lum, K.-Y. (2010). *Adaptive control allocation for non-linear systems with internal dynamics*. *IET Control Theory & Applications*, 4(6), 909–922.
44. Lin, L., & Shih, H. (2013). Modeling and Adaptive Control of an Omni-Mecanum-Wheeled Robot. *Intelligent Control and Automation*, 4, 166-179.
45. Liu, T., Shen, H., Li, H., & Liu, D. (2019). *A Fast Search Direct Allocation Method for Overactuated Systems*. *2019 Chinese Control Conference (CCC)*.
46. Lu, X., Zhang, X., Zhang, G., & Jia, S. (2018). Design of Adaptive Sliding Mode Controller for Four-Mecanum Wheel Mobile Robot. *2018 37th Chinese Control Conference (CCC)*, 3983-3987.
47. Ly, T., Thanh, N., Thien, H., & Nguyen, T. (2023). A Neural Network Controller Design for the Mecanum Wheel Mobile Robot. *Engineering, Technology & Applied Science Research*.
48. Ma, C., Li, X., Xiang, G., & Dian, S. (2022). A T-S Fuzzy Quaternion-Value Neural Network-Based Data-Driven Generalized Predictive Control Scheme for Mecanum Mobile Robot. *Processes*.
49. Ouyang, P. R., Acob, J., & Pano, V. (2014). *PD with sliding mode control for trajectory tracking of robotic system*. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 30(2), 189–200.
50. Panther - outdoor AMR. (n.d.). Husarion | Autonomous Mobile Robots Made Simple, <https://husarion.com/manuals/panther>.
51. Pao, Y. H., Phillips, S. M., & Sobajic, D. J. (1992). Neural-net computing and the intelligent control of systems. *International Journal of Control*, 56(2), 263-289.
52. Pao, Y.-H., & Takefuji, Y. (1992). *Functional-link net computing: theory, system architecture, and functionalities*. *Computer*, 25(5), 76–79.

53. Penrose, R., & Todd, J. A. (1955). *A generalized inverse for matrices. Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 51(03), 406.
54. Petersen, J. A. M., & Bodson, M. (2006). *Constrained quadratic programming techniques for control allocation. IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 14(1), 91–98.
55. Qin, Y., Dian, S., Guo, B., Xiang, G., Fang, H., Wang, H., & Zhang, X. (2021). Trajectory Tracking Control for Mecanum-wheel Cambered Mobile Robots Based on Online Adaptive Critic Optimal Controller. *2021 40th Chinese Control Conference (CCC)*, 314-319.
56. Raafiu, B., & Darwito, P. A. (2018). *Identification of Four Wheel Mobile Robot based on Parametric Modelling. 2018 International Seminar on Intelligent Technology and Its Applications (ISITIA)*.
57. Sastry, S. (1999). *Nonlinear systems: analysis, stability, and control*. Springer.
58. Sira-Ramirez H. (1988). Differential geometric methods in variable-structure control, *International Journal Control*, Vol. 48, No. 4, , 1359-1390.
59. Slotine, J. J., & Li, W. P. (1991). *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall.
60. Sun, Z., Xie, H., Zheng, J., Man, Z., & He, D. (2021). *Path-following control of Mecanum-wheels omnidirectional mobile robots using nonsingular terminal sliding mode. Mechanical Systems and Signal Processing*, 147, 107128.
61. Szeremeta, M., & Szuster, M. (2022). Neural Tracking Control of a Four-Wheeled Mobile Robot with Mecanum Wheels. *Applied Sciences*.
62. Urrea, C., & Pascal, J. (2018). Design, simulation, comparison and evaluation of parameter identification methods for an industrial robot. *Computers & Electrical Engineering*, 67, 791–806.
63. Utkin, V. (1978). *Sliding modes and their application in variable structure systems*. Imported Publications, Inc.
64. Utkin, V. (1992). *Sliding Modes in Control and Optimization*, Berlin, Germany: Springer-Verlag.
65. Utkin, V., Guldner, J., & Shi, J. (2009). *Sliding Mode Control in Electro-Mechanical Systems* (2nd ed.). CRC Press.
66. Utkin, V.I. (1977). Variable Structure Systems with Sliding Modes. *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-22, 212-222.
67. Villani, V., Pini, F., Leali, F., & Secchi, C. (2018). *Survey on human–robot collaboration in industrial settings: Safety, intuitive interfaces and applications. Mechatronics*.
68. Wang, C., Liu, X., Yang, X., Hu, F., Jiang, A., & Yang, C. (2018). *Trajectory Tracking of an Omni-Directional Wheeled Mobile Robot Using a Model Predictive Control Strategy. Applied Sciences*, 8(2), 231.
69. Wang, M., Zhu, Y., Zhang, L., Wang, L., Wei, X., & Fang, J. (2018). An Adaptive Robust Controller for a Mobile Robot Driven by Mecanum Wheels. *Xibei Gongye Daxue Xuebao/Journal of Northwestern Polytechnical University*.
70. Woo, C., Researcher, C., Lee, M., & Yoon, T. (2018). Robust Trajectory Tracking Control of a Mecanum Wheeled Mobile Robot Using Impedance Control and Integral Sliding Mode Control. *Journal of Korea Robotics Society*.

71. Wu, J., Wang, J., & You, Z. (2010). *An overview of dynamic parameter identification of robots. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 26(5), 414–419.*
72. Wu, Q., Lin, C.-M., Fang, W., Chao, F., Yang, L., Shang, C., & Zhou, C. (2018). *Self-organizing Brain Emotional Learning Controller Network for Intelligent Control System of Mobile Robots. IEEE Access, 1–1.*
73. Yu, X., & Xu, J.-X. (Eds.). (2002). *Variable Structure Systems: Towards the 21st Century. Lecture Notes in Control and Information Sciences.*
74. Yuan, Z., & Gong, Y. (2016). *Improving the Speed Delivery for Robotic Warehouses**This research is supported by China Scholarship Council and Chutian Scholarship. IFAC-PapersOnLine, 49(12), 1164–1168.*
75. Yuan, Z., Tian, Y., Yin, Y., Wang, S., Liu, J., & Wu, L. (2019). *Trajectory Tracking Control of a Four Mecanum Wheeled Mobile Platform: an Extended State Observer-Based Sliding Mode Approach. IET Control Theory & Applications.*
76. Zeidis, I., & Zimmermann, K. (2019). *Dynamics of a four-wheeled mobile robot with Mecanum wheels. ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics / Zeitschrift Für Angewandte Mathematik Und Mechanik, 99(12).*
77. Zhang, D., Wang, G., & Wu, Z. (2022). *Reinforcement Learning-Based Tracking Control for a Three Mecanum Wheeled Mobile Robot.. IEEE transactions on neural networks and learning systems, PP.*
78. Zhao, T., Qin, P., & Zhong, Y. (2023). *Trajectory Tracking Control Method for Omnidirectional Mobile Robot Based on Self-Organizing Fuzzy Neural Network and Preview Strategy. Entropy, 25.*
79. Zimmermann, K., Zeidis, I., Schale, F., & Flores-Alvarez, P. A. (2016). *Mechanics of Mobile Robots with Mecanum Wheels. CISM International Centre for Mechanical Sciences, 103–111.*
80. Zinober, A. S. (1994). *Variable Structure and Lyapunov Control. Springer-Verlag.*
81. Żylski W. (2008). *Kinematyka i dynamika mobilnych robotów kołowych. Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej.*

Synteza ruchu mobilnego robota z kołami mecanum

Streszczenie

W pracy przedstawiono wyniki analizy i syntezy sterowania nieholonomicznym, nadmiarowym mobilnym robotem kołowym z kołami mecanum (*MRKM*). Zamieszczono opis kinematyki robota, na bazie którego rozwiązano zadanie odwrotne kinematyki, które przyjęto jako zadaną trajektorie ruchu dla układu sterowania ruchem nadążnym robota. Przyjęto dynamiczne równania ruchu w formie równań Maggiiego. Przeprowadzono proces identyfikacji z wykorzystaniem eksperymentu na obiekcie rzeczywistym metodą adaptacyjną oraz wsadową, wybrano najlepszy model matematyczny w danej klasie modeli opisanych równaniami Maggiiego. Zadanie sterowania nadążnego zrealizowano poprzez syntezę algorytmów sterowania odpornego i neuronowego. W klasie sterowania odpornego wykorzystano teorię układów o zmiennej strukturze, natomiast w sterowaniu neuronowym wykorzystano twierdzenie o uniwersalności aproksymacji nieliniowości siecią neuronową. Wyznaczone prawa sterowania ruchem nadążnym robota zapewniają stabilność zaprojektowanych układów sterowania, co potwierdzono na podstawie teorii stabilności Lapunowa. Analizowany robot posiada 3 stopnie swobody oraz 4 układy napędowe, co czyni go układem nadmiarowym, do wyznaczenia brakującego sygnału sterowania wykorzystano zmodyfikowane równanie równości mocy układów napędowych. Zamieszczono wyniki badań symulacyjnych omawianych algorytmów sterowania nadążnego na typowych dla *MRKM* torach ruchu wybranego punktu tj. torze prostoliniowym oraz torze w kształcie łuku. Przeprowadzono symulacje bez zakłóceń oraz z występującym zakłóceniem parametrycznym związanym ze zmianą oporów ruchu robota. Symulacje z występującym zakłóceniem zweryfikowane zostały na obiekcie rzeczywistym jakim jest czterokołowy robot mobilny Husarion Panther wyposażony w koła mecanum. Badania weryfikacyjne realizowane były w czasie rzeczywistym na karcie kontrolno-pomiarowej dSpace 1103. Wykazano możliwości aplikacyjne zastosowanych metod analizy i syntezy *MRKM* w rozwiązaniach przemysłowych.

Słowa kluczowe: robot mobilny, koła mecanum, sterowanie nadążne, sterowanie odporne, sterowanie neuronowe

Synthesis of the motion of a mobile robot with mecanum wheels

Abstract

This work presents the results of the analysis and synthesis of control for a nonholonomic, overactuated mobile robot with mecanum wheels (*MRKM*). It includes a description of the robot's kinematics, based on which the inverse kinematics task was solved, adopted as a given trajectory of motion for the tracking control system of the robot. Dynamic equations of motion were adopted in the form of Maggi's equations. The identification process was carried out using an adaptive and batch procedure based on experiment on a real object. The best mathematical model in the given class of models described by Maggi's equations was selected. The tracking control task was realized through the synthesis of robust and neural control algorithms. In the class of robust control, the theory of variable structure systems was utilized, while in neural control, the theorem of nonlinearity approximation universality by a neural network was used. The determined laws of tracking motion control ensure the stability of the designed control systems, confirmed based on Lyapunov's stability theory. The analyzed robot has 3 degrees of freedom and 4 drive systems, making it a overactuated system, to determine the missing control signal, a modified equation of power equality of the drive systems was used. Results of simulation studies of the discussed tracking control algorithms on typical *MRKM* motion paths of a selected point, i.e., a straight path and an arc-shaped path, are included. Simulations were conducted without disturbances and with occurring parametric disturbance related to the change in the robot's motion resistance. Simulations with occurring disturbance were verified on a real object, which is the four-wheeled mobile robot Husarion Panther equipped with mecanum wheels. Verification experiments were carried out in real-time on the dSpace 1103 card. The applicative possibilities of the applied methods of analysis and synthesis of *MRKM* in industrial solutions were demonstrated.

Keywords: mobile robot, mecanum wheel, tracking control, robust control, neural control