

Streszczenie rozprawy doktorskiej

Tytuł: *Zbiory $(1, 2)$ -dominujące w grafach*

Autor: mgr Adrian Michalski

Promotor: dr hab. Iwona Włoch, prof. PRz

Pojęcie zbioru $(1, k)$ -dominującego wprowadzili w 2008 S. M. Hedetniemi, S. T. Hedetniemi, J. Knisely oraz D. F. Rall. Niech $k \in \mathbb{N}$. Podzbiór $D \subseteq V(G)$ jest zbiorem $(1, k)$ -dominującym, jeżeli dla każdego wierzchołka $x \in V(G) \setminus D$ istnieją w zbiorze D dwa różne wierzchołki u, v takie, że x jest sąsiedni z u i odległość pomiędzy x i v nie przekracza k .

W rozprawie doktorskiej rozważane są własności zbiorów $(1, 2)$ -dominujących i związanych z nimi parametrów. W szczególności wyznaczone zostały wartości liczby $(1, 2)$ -dominowania w wybranych klasach grafów oraz podane zostały związki pomiędzy liczbą dominowania i liczbą $(1, 2)$ -dominowania.

Ponieważ dowolny zbiór $(1, 1)$ -dominujący jest zbiorem $(1, 2)$ -dominującym, w rozprawie zostały omówione właściwe zbiory $(1, 2)$ -dominujące, czyli zbiory $(1, 2)$ -dominujące, które nie są zbiorami $(1, 1)$ -dominującymi. Rozstrzygnięty został problem istnienia właściwych zbiorów $(1, 2)$ -dominujących w grafach. Ponadto zostało pokazane, że dla spójnego grafu niebędącego grafem pełnym liczby $(1, 2)$ -dominowania i właściwego $(1, 2)$ -dominowania są równe. W rozprawie został podany, a następnie zbadany ciąg zależności pomiędzy parametrami właściwego $(1, 2)$ -dominowania, $(1, 2)$ -dominowania oraz klasycznego dominowania.

Został także wprowadzony indeks przekroju zbiorów $(1, 1)$ -dominujących oraz właściwych zbiorów $(1, 2)$ -dominujących grafu, będący najmniejszą możliwą liczbą wspólnych wierzchołków zbioru $(1, 1)$ -dominującego oraz właściwego zbioru $(1, 2)$ -dominującego w danym grafie. Została wyznaczona wartość tego indeksu w niektórych klasach grafów takich jak ścieżki, cykle, grafy pełne dwudzielne i pająki. Ponadto została podana częściowa charakteryzacja drzew, których indeks przekroju jest równy zero.

W rozprawie znajdują się również rezultaty dotyczące istnienia niezależnych zbiorów $(1, 2)$ -dominujących w grafach i ich produktach, w szczególności w produkcie tensorowym, silnym produkcie, G -złączeniu oraz uogólnionej koronie grafów. W każdym przypadku została podana pełna charakteryzacja produktu, w którym istnieje niezależny zbiór $(1, 2)$ -dominujący.