Rzeszów, 16.08.2026

Politechnika Rzeszowska im. Ignacego Łukasiewicza

Wydział Matematyki i Fizyki Stosowanej

Streszczenie rozprawy doktorskiej

Wybrane własności i zastosowania funkcji kwantylowych

Autor: mgr inż. Dagmara Dudek

Promotor: dr hab. Anna Kuczmaszewska, prof. PL

Przedmiotem rozprawy są zagadnienia związane z funkcjami kwantylowymi oraz estymacją kwantyli, ze szczególnym uwzględnieniem ich własności asymptotycznych oraz zastosowań do konstrukcji estymatorów dystrybuant wybranych zmiennych losowych. Funkcje kwantylowe stanowią alternatywny opis rozkładu prawdopodobieństwa i odgrywają istotną rolę zarówno w statystyce teoretycznej, jak i stosowanej. Znajdują zastosowanie m.in. w analizie ryzyka, ekonomii, finansach, teorii niezawodności oraz modelowaniu danych o niestandardowych rozkładach.

Rozprawa koncentruje się na dwóch głównych problemach badawczych. Pierwszym z nich jest uogólnienie klasycznej reprezentacji Bahadura dla estymatorów kwantyli, natomiast drugim - konstrukcja wzorów aproksymujących i estymatorów dystrybuant wybranych funkcji zmiennych losowych z wykorzystaniem funkcji kwantylowych.

W ramach pierwszego problemu badawczego wyprowadzono reprezentację Bahadura dla ośmiu różnych definicji estymatora kwantyla i dla czterech różnych struktur zależności zmiennych losowych. Dodatkowo dla wybranej struktury zależności wykazano jednostajną asymptotyczną normalność estymatora kwantyla. Otrzymane wyniki zostały uzupełnione badaniami symulacyjnymi ilustrującymi własności asymptotyczne estymatorów. Ponadto rozważania rozszerzono również na przestrzeń podliniowej wartości oczekiwanej (przestrzeń z niepewnością prawdopodobieństwa) dla przypadku niezależnych zmiennych losowych, gdzie

uzyskano odpowiednik klasycznej reprezentacji Bahadura. Opracowanie tego wyniku wymagało wprowadzenia nowych narzędzi wynikających ze specyfiki podliniowej wartości oczekiwanej oraz odmiennej struktury tej przestrzeni.

Drugi problem badawczy rozprawy dotyczył zastosowania funkcji kwantylowych do aproksymacji i estymacji dystrybuanty wybranych funkcji zmiennych losowych. Wyprowadzono wzory aproksymujące dystrybuantę różnicy, iloczynu oraz ilorazu niezależnych zmiennych losowych, uzupełniając tym samym wcześniejsze wyniki literaturowe dotyczące sumy zmiennych losowych. Konstrukcja zaproponowanych wzorów opiera się na funkcjach kwantylowych oraz numerycznej metodzie trapezów. Dla otrzymanych wzorów oszacowano błędy aproksymacji, a następnie skonstruowano nowe nieparametryczne estymatory dystrybuant odpowiednich funkcji zmiennych losowych. Dodatkowo, zbadano silną zgodność estymatorów i w części przypadków wyznaczono dokładny rozkład estymatorów. Własności nowych estymatorów zilustrowano za pomocą symulacji komputerowych, analizując błąd aproksymacji, błąd średniokwadratowy oraz obciążenie.

Uzyskane wyniki stanowią uogólnienie klasycznych twierdzeń dotyczących reprezentacji Bahadura oraz rozszerzają możliwości wykorzystania funkcji kwantylowych w estymacji rozkładów zmiennych losowych. Opracowane metody mogą znaleźć zastosowanie zarówno w dalszych badaniach teoretycznych, jak i w praktycznych zagadnieniach analizy danych, teorii niezawodności, ekonomii i finansów.