Lublin, 14.02.2025

Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej

Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki

Politechnika Rzeszowska im. Ignacego Łukasiewicza

Wydział Matematyki i Fizyki Stosowanej

Streszczenie rozprawy doktorskiej

„Wybrane geometryczne własności przestrzeni interpolacyjnych”

Autor: mgr Karol Aleksandrowicz

Promotor: prof. dr hab. Stanisław Prus

Teoria interpolacji jest działem analizy funkcjonalnej, który ma zastosowanie na przykład w teorii aproksymacji, równaniach różniczkowych, czy otrzymywaniu pewnych nierówności. Problem interpolacji polega na konstruowaniu przestrzeni, które leżą, w pewnym sensie, pomiędzy dwiema danymi porównywalnymi przestrzeniami i które mają tę własność, że każdy operator liniowy, który działa w sposób ciągły na obu tych przestrzeniach, jest też operatorem ciągłym podczas gdy rozpatrujemy go jako operator określony na przestrzeni interpolacyjnej.

Jednym z istotnych pytań dotyczących teorii interpolacji jest to, czy własności operatorów zachowują się przy interpolacji. Inny nurt badań dotyczy problemu, czy własności geometryczne jednej przestrzeni z pary porównywalnych przestrzeni Banacha przenoszą się na przestrzeń interpolacyjną. Rozprawa jest poświęcona badaniu tego problemu.

Na początku pierwszego rozdziału podane są definicje studiowanych w tej rozprawie własności geometrycznych przestrzeni Banacha. W jednej z rozpatrywanych metod interpolacji istotną rolę odgrywają kraty Banacha i duża część rozdziału pierwszego poświęcona jest ich geometrycznym własnościom, w tym różnym wariantom lokalnej jednostajnej monotoniczności i jednostajnej porządkowej gładkości.

W drugim rozdziale zaprezentowane są nowe wyniki dotyczące ogólnej dyskretnej metody interpolacji. Pokazują one, że przy odpowiednich założeniach, takie własności geometryczne, jak ścisła wypukłość, lokalna jednostajna wypukłość, niemal jednostajna wypukłość i własność (β) przenoszą się z jednej z przestrzeni z pary porównywalnych przestrzeni Banacha na przestrzeń interpolacyjną. Aby wykazać twierdzenie stabilności o własności (β), wykazane jest również twierdzenie o własności (β) dla sumy prostej przestrzeni Banacha.

Rozdział trzeci rozprawy poświęcony jest metodzie interpolacji Yoshikawy-Sparra, czyli wersji rzeczywistej metody interpolacji dla więcej niż dwóch przestrzeni. Zawarte w nim nowe wyniki dotyczą stabilności jednostajnej wypukłości, niemal jednostajnej wypukłości i własności (β) przy dyskretnej wersji tej metody. Zaprezentowany jest przykład, który pokazuje, że przestrzenie interpolacyjne otrzymane za pomocą ciągłej i dyskretnej wersji metody Yoshikawy-Sparra mogą być nieizometryczne, a co za tym idzie, twierdzenia dotyczącej stabilności własności geometrycznych muszą być udowadniane oddzielnie dla każdej wersji tej metody. Podana jest jednak metoda, która pozwala otrzymywać rezultaty dotyczące stabilności własności geometrycznych dla ciągłej wersji metody interpolacji Yoshikawy-Sparra, wykorzystując wcześniej udowodnione twierdzenia dotyczące dyskretnej wersji tej metody. Jest ona wykorzystana jest do udowodnienia twierdzeń dotyczących stabilności jednostajnej wypukłości, niemal jednostajnej wypukłości i własności (β) dla ciągłej wersji metody Yoshikawy-Sparra.

Ostatni, czwarty rozdział rozprawy poświęcony jest zespolonej metodzie interpolacji. Zaprezentowane są w nim nowe wyniki dotyczące stabilności ścisłej wypukłości i lokalnej jednostajnej wypukłości. Przedstawione są także częściowe wyniki dotyczące stabilności nieskończenie wymiarowych odpowiedników jednostajnej wypukłości: niemal jednostajnej wypukłości i własności (β). Następnie rozpatrywany jest przypadek interpolacji krat Banacha i wykazane jest twierdzenie dotyczące stabilności jednostajnej monotoniczności.